Ερώτηση 3.

(Η ερώτηση δόθηκε από τον κ. Παλόγο Αντώνιο)

Μια ηχητική πηγή κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_s προς ακίνητο παρατηρητή. Τα μήκη κύματος που εκπέμπει η πηγή προς την κατεύθυνση του παρατηρητή, πριν και μετά τη διέλευση της από αυτόν, διαφέρουν μεταξύ τους κατά $\frac{\lambda}{10}$, όπου λ το μήκος κύματος που εκπέμπει η πηγή όταν είναι ακίνητη. Αν υ η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, ο λόγος $\frac{\upsilon_s}{\upsilon}$ είναι

α) $\frac{1}{5}$.

β) $\frac{1}{10}$.

γ) $\frac{1}{20}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

<u>Λύση</u>

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Το μήκος κύματος που εκπέμπει η πηγή προς τον παρατηρητή είναι ίσο με την απόσταση που αυτός «αντιλαμβάνεται» ως μήκος κύματος.

Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή αυτός «αντιλαμβάνεται» ως μήκος κύματος την απόσταση $\lambda_A = \lambda - \upsilon_s T_s$, όπου T_s η περίοδος του ηχητικού κύματος.

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή αυτός «αντιλαμβάνεται» ως μήκος κύματος την απόσταση $\lambda_B = \lambda + \upsilon_s T_s$.

Με αφαίρεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει:

$$\lambda_B - \lambda_A = \frac{\lambda}{10} \Rightarrow (\lambda + \upsilon_s T_s) - (\lambda - \upsilon_s T_s) = \frac{\lambda}{10} \Rightarrow 2\upsilon_s T_s = \frac{\lambda}{10} \Rightarrow 2\upsilon_s \frac{1}{f_s} = \frac{\lambda}{10} \Rightarrow$$

$$2\upsilon_s = \frac{\upsilon}{10} \Rightarrow \frac{\upsilon_s}{\upsilon} = \frac{1}{20}$$

Ερώτηση 5.

Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών B και A κινείται πηγή S με σταθερή ταχύτητα υ_s πλησιάζοντας προς τον A. Τα μήκη κύματος που φτάνουν στους παρατηρητές A και B είναι λ_A και λ_B αντίστοιχα. Όταν η πηγή είναι ακίνητη εκπέμπει ήχο μήκους κύματος λ. Το μήκος κύματος λ και τα μήκη κύματος λ_A και λ_B συνδέονται με τη σχέση

α) $\lambda = \dfrac{(\lambda_A + \lambda_B)}{2}$.

β) $\lambda = \dfrac{(\lambda_A - \lambda_B)}{2}$.

γ) $\lambda = \dfrac{\lambda_A \lambda_B}{(\lambda_A + \lambda_B)}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

<u>Λύση</u>

Σωστή απάντηση είναι η α.

Ο παρατηρητής Α, που τον πλησιάζει η πηγή, «αντιλαμβάνεται» ως μήκος κύματος την απόσταση $\lambda_A = \lambda - \upsilon_s T_s$, όπου T_s η περίοδος του ηχητικού κύματος.

Ο παρατηρητής Β, που απομακρύνεται από αυτόν η πηγή, «αντιλαμβάνεται» ως μήκος κύματος την απόσταση $\lambda_B = \lambda + \upsilon_s T_s$.

Με πρόσθεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει

$$\lambda_A + \lambda_B = 2\lambda \quad \Rightarrow \lambda = \frac{(\lambda_A + \lambda_B)}{2}$$

Ερώτηση 8.

Προκειμένου να βρούμε την ταχύτητα περιστροφής των αερίων μαζών σε έναν ανεμοστρόβιλο στηριζόμαστε στο φαινόμενο Doppler. Από μια σταθερή πηγή που είναι και δέκτης εκπέμπουμε από μεγάλη απόσταση υπέρηχους συχνότητας f_s προς τον ανεμοστρόβιλο (βλέπε σχήμα). Ο ανακλώμενος υπέρηχος ανιχνεύεται από τον δέκτη σε διάφορες τιμές που κυμαίνονται μεταξύ μιας ελάχιστης f_{min} και μιας μέγιστης f_{max}.

Η ελάχιστη συχνότητα ανιχνεύεται από την ανάκλαση στην περιοχή του σημείου

α. Α και είναι ίση με $f_{min} = \dfrac{u_{ηχ} - u_π}{u_{ηχ} - u_π} f_s$.

β. Α και είναι ίση με $f_{min} = \dfrac{u_{ηχ} - u_π}{u_{ηχ} + u_π} f_s$.

γ. Β και είναι ίση με $f_{min} = \dfrac{u_{ηχ} + u_π}{u_{ηχ} - u_π} f_s$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

<u>Λύση</u>

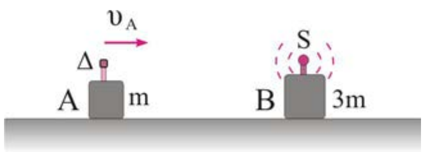
Η σωστή απάντηση είναι η (β).

Η ελαχιστη συχνοτητα ανιχνευεται οταν ο υπερηχος ανακλαται στο σημείο Α του σχήματος, επειδή οι ανακλώσες αέριες μάζες απομακρύνονται με ταχύτητα $u_π$, ενώ η μέγιστη ανιχνεύεται από την ανάκλαση στο σημείο Β του σχήματος. Έτσι για το σημείο Α έχουμε: $f_{1,προσπίπτοντος} = \dfrac{u_{ηχ} - u_π}{u_{ηχ}} f_s = f_{1,ανακλώμενου} = f_1'$

Ο δέκτης ανιχνεύει ως ελάχιστη συχνότητα την

$$f_{min} = \frac{u_{ηχ}}{u_{ηχ} + u_π} f_1' = \frac{u_{ηχ}}{u_{ηχ} + u_π} \frac{u_{ηχ} - u_π}{u_{ηχ}} f_s \Rightarrow f_{min} = \frac{u_{ηχ} - u_π}{u_{ηχ} + u_π} f_s$$

Ερώτηση 12.



Το σώμα Α μάζας m κινείται προς το ακίνητο σώμα Β μάζας 3m με ταχύτητα μέτρου $υ_A=υ_{ηχ}/5$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με αυτό. Το σώμα Β περιέχει ηχητική πηγή S που εκπέμπει κύματα σταθερής συχνότητας f_S, ενώ το Α περιέχει δέκτη Δ που την καταγράφει. Η συχνότητα f_2 που καταγράφει ο δέκτης μετά την κρούση και η συχνότητα f_S συνδέονται με τη σχέση

α. $f_2 = \frac{10}{11} f_S$

β. $f_2 = \frac{11}{12} f_S$

γ. $f_2 = \frac{9}{11} f_S$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

<u>Λύση</u>

Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, επομένως οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι:

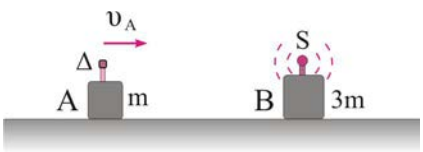
$$υ'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} υ_A = -\frac{υ_A}{2} \quad , \quad υ'_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} υ_A = \frac{υ_A}{2}$$

Μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει συχνότητα

$$f_2 = f_S \frac{υ_{ηχ} - \frac{υ_A}{2}}{υ_{ηχ} + \frac{υ_A}{2}} = f_S \frac{υ_{ηχ} - \frac{υ_{ηχ}}{10}}{υ_{ηχ} + \frac{υ_{ηχ}}{10}} \Rightarrow f_2 = \frac{9}{11} f_S$$

Ερώτηση 13.

Το σώμα Α μάζας m κινείται προς το ακίνητο σώμα Β μάζας 3m με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A=\upsilon_{\eta\chi}/5$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με αυτό. Το σώμα Β περιέχει ηχητική πηγή S που εκπέμπει κύματα σταθερής συχνότητας f_S, ενώ το Α περιέχει δέκτη Δ που καταγράφει το μήκος κύματος του ανιχνευόμενου ήχου.



Αν με λ_1 συμβολίσουμε το μήκος κύματος που ανιχνεύει ο δέκτης πριν την κρούση και λ_2 αυτό που ανιχνεύει μετά την κρούση, ο λόγος $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ είναι

α. $\frac{9}{10}$

β. $\frac{10}{11}$

γ. $\frac{5}{6}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

<u>Λύση</u>

Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, επομένως οι ταχύτητες μετά την κρούση είναι

$$\upsilon'_A=\frac{m_A-m_B}{m_A+m_B}\upsilon_A=-\frac{\upsilon_A}{2} \quad , \quad \upsilon'_B=\frac{2m_A}{m_A+m_B}\upsilon_A=\frac{\upsilon_A}{2}$$

Το μήκος κύματος που καταγράφει ο δέκτης πριν την κρούση είναι ίδιο με αυτό της πηγής, $\lambda_1=\lambda_S$.

Μετά την κρούση η πηγή απομακρύνεται από το δέκτη με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_A}{2}=\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$, άρα ο δέκτης ανιχνεύει μήκος κύματος $\lambda_2=\lambda_S+\upsilon_S\cdot T=\lambda_S+\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}\cdot\frac{\lambda_S}{\upsilon_{\eta\chi}}=\frac{11}{10}\lambda_S$

Άρα $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{10}{11}$.

Άσκηση 3.

Μια ηχητική πηγή Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_2 = 15 m/s σε οριζόντιο επίπεδο και εκπέμπει ήχο συχνότητας fs = 355Hz. Στο ίδιο επίπεδο κινούνται άλλα δύο σώματα με ταχύτητες υ_1 = 20 m/s και υ_3 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα, τα οποία φέρουν δέκτες ηχητικών κυμάτων. Για τις συχνότητες του ήχου f_1 και f_3 που αντιλαμβάνονται οι δέκτες των σωμάτων Σ_1 και Σ_3 ισχύει $f_1 = \frac{65}{71} f_3$.

Να υπολογίσετε:

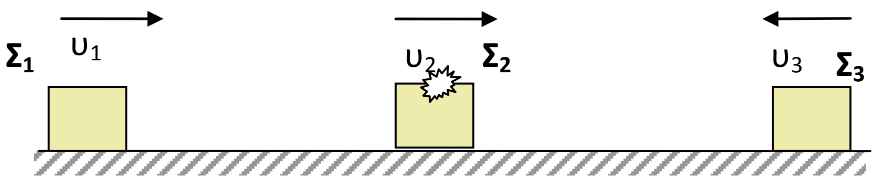
α. τη συχνότητα του ήχου, f_1, που αντιλαμβάνεται ο δέκτης του σώματος Σ_1.

β. την ταχύτητα υ_3 του σώματος Σ_3.

γ. το λόγο των μηκών κύματος λ_1 και λ_3 των ήχων που αντιλαμβάνονται οι δύο παρατηρητές.

δ. αν ο δέκτης του σώματος Σ_1 αντιλαμβάνεται τον ήχο για χρονικό διάστημα Δt_1=7,1 s, για πόσο χρονικό διάστημα Δt_3, αντιλαμβάνεται τον ήχο ο δέκτης του σώματος Σ_3;

Δίνεται $\upsilon_{\eta\chi}$ = 340 m/s.



<u>Λύση</u>

α. Ο δέκτης του σώματος Σ_1 αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_1 για την οποία ισχύει:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2} f_s = \frac{340\frac{m}{s} + 20\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 15\frac{m}{s}} \cdot 355Hz \Rightarrow f_1 = 360Hz$$

β. Ο δέκτης του σώματος Σ_3 αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_3 για την οποία ισχύει:

$$f_3 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_3}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} f_s = \frac{340\frac{m}{s} + \upsilon_3}{340\frac{m}{s} - 15\frac{m}{s}} \cdot 355Hz \Rightarrow f_3 = \frac{340\frac{m}{s} + \upsilon_3}{325\frac{m}{s}} \cdot 355Hz.$$

Όμως ισχύει

$$f_1 = \frac{65}{71} f_3 \Rightarrow 360\text{Hz} = \frac{65}{71} \cdot \frac{340\frac{m}{s} + \upsilon_3}{325\frac{m}{s}} \cdot 355\text{Hz} \Rightarrow 360\frac{m}{s} = 340\frac{m}{s} + \upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 20\frac{m}{s}.$$

γ. Τα μήκη κύματος λ_1 και λ_3 των ήχων που αντιλαμβάνονται οι δύο παρατηρητές είναι

$$\lambda_1 = \lambda + \upsilon_2 T_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{f_s} + \frac{\upsilon_2}{f_s} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{f_s}$$ και

$$\lambda_3 = \lambda - \upsilon_2 T_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{f_s} - \frac{\upsilon_2}{f_s} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2}{f_s}.$$

Με διαίρεση κατά μέλη των δύο σχέσεων προκύπτει:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{\frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{f_s}}{\frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2}{f_s}} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_2}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_2} = \frac{340\frac{m}{s} + 15\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} - 15\frac{m}{s}} = \frac{355\frac{m}{s}}{325\frac{m}{s}} = \frac{71}{65}.$$

δ. Ο αριθμός των πυκνωμάτων Ν που εκπέμπει η πηγή είναι ίσος με τον αριθμό των πυκνωμάτων που φτάνουν στους δύο παρατηρητές.

Για τα χρονικά διαστήματα Δt_1 και Δt_3 που αντιλαμβάνονται τον ήχο οι δύο δέκτες ισχύει:

$$f_1 = \frac{N}{\Delta t_1}$$ **(1)** και

$$f_3 = \frac{N}{\Delta t_3}$$ **(2)**

Οι σχέσεις **(1)** και **(2)** δίνουν:

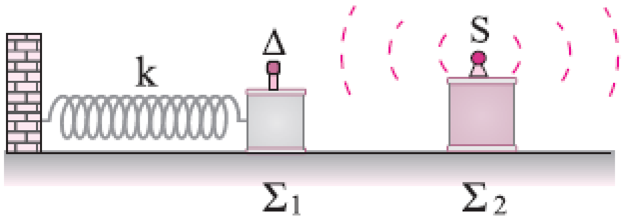
$$f_1 \cdot \Delta t_1 = f_3 \cdot \Delta t_3 \Rightarrow \frac{f_1}{f_3} = \frac{\Delta t_3}{\Delta t_1} \Rightarrow \frac{65}{71} = \frac{\Delta t_3}{7{,}1} \Rightarrow \Delta t_3 = 6{,}5\,\text{s}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Πρόβλημα 1.

(Το πρόβλημα δόθηκε από τον εθελοντή κ. Παλόγο Αντώνιο)

Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά $k = 400 N/m$ και έχει στο ένα άκρο του στερεωμένο ένα σώμα, $Σ_1$, μάζας $m_1 = 1kg$ που φέρει ενσωματωμένο ένα δέκτη ήχου, Δ. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $0,4m$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή που το σώμα $Σ_1$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$, μάζας $m_2 = 3kg$, το οποίο φέρει ενσωματωμένη πηγή ήχου συχνότητας $f_S = 688Hz$.



Να βρείτε:

α) την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν τη σύγκρουση.

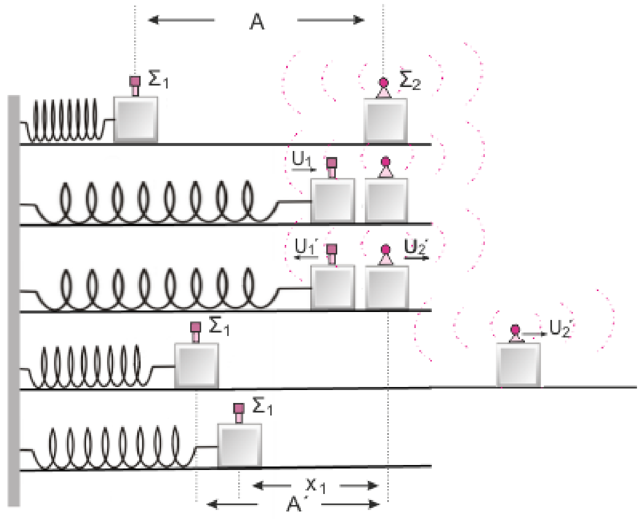
β) τις ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά τη σύγκρουση καθώς και το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

γ) τη συχνότητα που ανιχνεύει ο δέκτης όταν το σώμα $Σ_1$ διέρχεται για $1^η$ και για $2^η$ φορά μετά την κρούση από την απομάκρυνση $x_1 = -0,1\sqrt{3}\,m$. Να θεωρήσετε θετικό τον ημιάξονα προς τα δεξιά.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ τη στιγμή που ανιχνεύει συχνότητα $f_A = 680Hz$.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, $υ_{ηχ} = 340m/s$.

Λύση



α) Το σώμα $Σ_1$ ελάχιστα πριν τη σύγκρουση κινείται με τη υ_{max} της ταλάντωσης, επειδή διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.

$$\upsilon_{max} = \upsilon_1 = \omega A \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \sqrt{\frac{400N/m}{1kg}} \cdot 0,4m \Rightarrow \upsilon_1 = 8m/s$$

β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι κεντρική ελαστική, οπότε οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση θα είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{1kg - 3kg}{1kg + 3kg} \cdot 8m/s \Rightarrow \upsilon_1' = -4m/s$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2 \cdot 1kg}{1kg + 3kg} \cdot 8m/s \Rightarrow \upsilon_2' = 4m/s$$

Άρα, μετά την κρούση η ηχητική πηγή απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2' = 4m/s$ και το σώμα $Σ_1$ γυρνά πίσω ξεκινώντας νέα ταλάντωση με περίοδο ίδια με την αρχική και νέα μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $\upsilon_{max}' = 4m/s$. Άρα το νέο πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$\upsilon_{max}' = \omega A' \Rightarrow A' = \frac{\upsilon_{max}'}{\omega} = \frac{\upsilon_{max}'}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \Rightarrow A' = \frac{4m/s}{\sqrt{\frac{400N/m}{1kg}}} \Rightarrow A' = 0,2m$$

γ) Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ όταν αυτό διέρχεται από τη θέση $x_1 = -0{,}1\sqrt{3}\,m$.

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_{max} = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon'^2_{max} - \frac{k}{m_1}x_1^2} = \sqrt{(4m/s)^2 - \frac{400N/m}{1kg}\cdot(-0{,}1\sqrt{3}m)^2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \pm 2\frac{m}{s}$$

Την 1η φορά ο δέκτης κινείται προς τα αριστερά απομακρυνόμενος από την ηχητική πηγή, οπότε η συχνότητα που ανιχνεύεται θα είναι:

$$f_1 = f_s\frac{\upsilon_{ηχ} - \upsilon_1}{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_s} = 688Hz\cdot\frac{340\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 4\frac{m}{s}} \Rightarrow f_1 = 676\,Hz$$

Τη 2η φορά ο δέκτης κινείται προς τα δεξιά κατευθυνόμενος προς την ηχητική πηγή, που απομακρύνεται, οπότε η συχνότητα που ανιχνεύεται θα είναι:

$$f_1 = f_s\frac{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_1}{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_s} = 688Hz\cdot\frac{340\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s} + 4\frac{m}{s}} \Rightarrow f_1 = 684\,Hz$$

δ) $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = \frac{\Sigma F\cdot\Delta x}{\Delta t} = \Sigma F\cdot\upsilon \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = -kx\upsilon$ (1)

Πρέπει να υπολογιστούν τα x, υ.

Για τη συχνότητα f_A που ανιχνεύεται από το δέκτη ισχύει:

$$f_A = f_s\frac{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_A}{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_s} \Rightarrow 680 = 688\frac{340 + \upsilon_A}{340 + 4}\ (SI) \Rightarrow \upsilon_A = 0$$

Άρα, το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται σε ακραία θέση, η ταχύτητα του είναι ίση με μηδέν, οπότε με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = 0$$

Ημερομηνία τροποποίησης: 31/8/2015

Επιμέλεια: Πρόδρομος Κορκίζογλου, Αντώνιος Παλόγος, Γεώργιος Παπαλεξίου, Ηλίας Ποντικός, Παναγιώτης Μπετσάκος

Επιστημονικός έλεγχος: Αντώνιος Παλόγος, Κωνσταντίνος Στεφανίδης