

# ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1

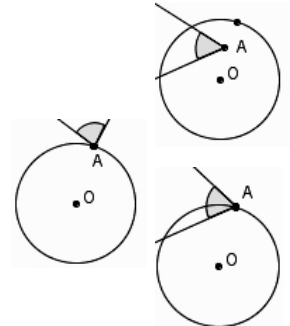
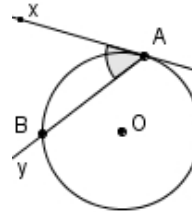
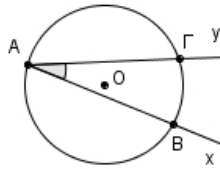
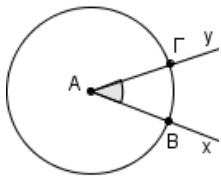
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: .....

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (σελ. 127-146)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 § 6.1 – 6.6

## Εισαγωγικά

18<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ



**Επίκεντρος γωνία** λέγεται η γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο του κύκλου.

**Εγγεγραμμένη γωνία** λέγεται η γωνία που έχει την κορυφή της στον κύκλο και οι πλευρές της είναι τέμνουσες του κύκλου.

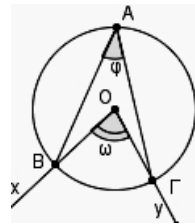
**Γωνία χορδής και εφαπτομένης** λέγεται η γωνία που έχει την κορυφή της στον κύκλο και η μία πλευρά της είναι τέμνουσα του κύκλου ενώ η άλλη πλευρά της εφαπτομένη του κύκλου.

Στις γωνίες αυτές δεν δίνουμε ονόματα και δεν θα ασχοληθούμε με αυτές.

Το τόξο  $\widehat{ΒΓ}$  που περιέχεται στη γωνία  $\hat{A}$  λέγεται **αντίστοιχο τόξο** της εγγεγραμμένης ή της επίκεντρης γωνίας

### ΘΕΩΡΗΜΑ

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.



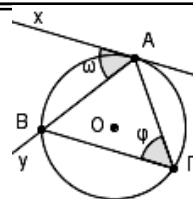
$$\hat{\phi} = \frac{\hat{\omega}}{2} \text{ ή } \hat{\omega} = 2\hat{\phi}$$

### ➤ Πορίσματα

- Το μέτρο μίας εγγεγραμμένης γωνίας ισούται με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- Οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο ή σε ίσα τόξα του ίδιου ή ίσων κύκλων είναι ίσες και αντίστροφα.

### ΘΕΩΡΗΜΑ

Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής.



**Σύντομα :**  
 $\hat{\omega} = \hat{\phi}$

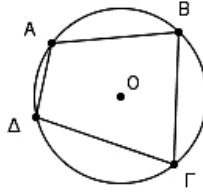
### ΑΣΚΗΣΕΙΣ :

..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....

## Εγγεγραμμένο τετράπλευρο

### Ορισμός :

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγεγραμμένο σε κύκλο, αν οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου.



### ΘΕΩΡΗΜΑ

Ένα τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O,R)$  έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- ❶ Οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- ❷ Κάθε πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες.

### Πόρισμα

Μία εξωτερική του γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του.

## Εγγράψιμο τετράπλευρο

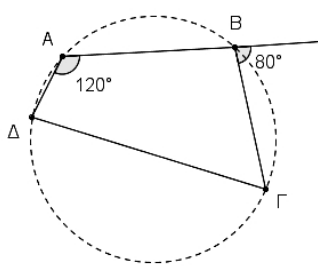
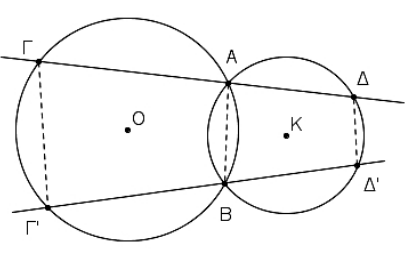
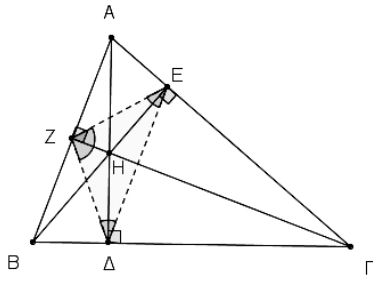
### Ορισμός :

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγράψιμο, όταν μπορεί να γραφεί κύκλος που να διέρχεται και από τις τέσσερις κορυφές του.

### ΘΕΩΡΗΜΑ

Ένα τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι εγγράψιμο σε κύκλο, αν ισχύει μία από τις ακόλουθες προτάσεις:

- ❶ Δύο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- ❷ Μία πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες.
- ❸ Μία εξωτερική του γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του τετραπλεύρου .

<p>1) Σε ένα εγγράψιμο τετράπλευρο <math>AB\Gamma\Delta</math> είναι <math>\hat{A} = 120^\circ</math> και <math>\hat{B}_{εξ} = 80^\circ</math>. Να βρείτε τις γωνίες <math>\hat{B}</math>, <math>\hat{\Gamma}</math> και <math>\hat{\Delta}</math> του τετραπλεύρου.</p>	<p>Λύση :</p>
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>Δεδομένα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ γωνία <math>A = 120^\circ</math></li> <li>★ γωνία <math>B_{εξ} = 80^\circ</math></li> <li>★ <math>AB\Gamma\Delta</math> εγγράψιμο</li> </ul> <p><b>Ζητούμενο:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ γωνία <math>B = ;</math></li> <li>★ γωνία <math>\Gamma = ;</math></li> <li>★ γωνία <math>\Delta = ;</math></li> </ul> </div> </div>	
<p>2) Δύο κύκλοι τέμνονται στα σημεία <math>A</math> και <math>B</math>. Από τα <math>A</math> και <math>B</math> φέρουμε ευθείες που τέμνουν τον ένα κύκλο στα <math>\Gamma</math> και <math>\Gamma'</math> και τον άλλο στα <math>\Delta</math> και <math>\Delta'</math> αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι <math>\Gamma\Gamma' \parallel \Delta\Delta'</math>.</p>	<p>Λύση :</p>
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>Δεδομένα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ Δύο τεμνόμενοι κύκλοι</li> <li>★ <math>A, B</math> σημεία τομής</li> <li>★ <math>\Gamma A \Delta</math> και <math>\Gamma' B \Delta'</math> τέμνουσες</li> </ul> <p><b>Ζητούμενο:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ <math>\Gamma\Gamma' \parallel \Delta\Delta'</math></li> </ul> </div> </div>	
<p>3) Να αποδείξετε ότι τα ύψη <math>AD, BE, \Gamma Z</math> ενός τριγώνου <math>AB\Gamma</math> διχοτομούν τις γωνίες του τριγώνου <math>\Delta EZ</math>.</p>	<p>Λύση :</p>
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><b>Δεδομένα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ <math>AB\Gamma</math> τρίγωνο</li> <li>★ <math>AD</math> ύψος</li> <li>★ <math>BE</math> ύψος</li> <li>★ <math>\Gamma Z</math> ύψος</li> </ul> <p><b>Ζητούμενο:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ <math>AD</math> διχοτόμος της γωνίας <math>Z\Delta E</math></li> <li>★ <math>BE</math> διχοτόμος της γωνίας <math>\Delta E Z</math></li> <li>★ <math>\Gamma Z</math> διχοτόμος της γωνίας <math>\Delta Z E</math></li> </ul> </div> </div>	