ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ Β ΒΑΘΜΟΥ, 3/2/2021

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Δίνεται το τριώνυμο $(λ\text{-}2)x^2 +2(2λ\text{-}3)x+5λ\text{-}6$

Α. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες η εξίσωση
$(λ\text{-}2)x^2 +2(2λ\text{-}3)x+5λ\text{-}6 =0$ (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Β. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες η εξίσωση
$(λ\text{-}2)x^2 +2(2λ\text{-}3)x+5λ\text{-}6 =0$ (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες.

Γ. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες η εξίσωση
$(λ\text{-}2)x^2 +2(2λ\text{-}3)x+5λ\text{-}6 =0$ (1) είναι αδύνατη.

Δ. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε x ϵR.

Ε. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το τριώνυμο είναι αρνητικό για κάθε x ϵR.

ΣΤ. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το τριώνυμο είναι θετικό ή μηδέν για κάθε x ϵR.

Ζ. Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες το τριώνυμο είναι αρνητικό ή μηδέν για κάθε x ϵR.

<u>ΛΥΣΗ</u>

1. Η αλγεβρική παράσταση $\mathbf{(λ\text{-}2)x^2 +2(2λ\text{-}3)x+5λ\text{-}6}$ είναι τριώνυμο μόνο όταν $λ\text{-}2\neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{λ\neq 2}$.

2. **Υπολογίζουμε τη Διακρίνουσα του τριωνύμου.**

α-->λ-2
β-->2(2λ-3)
γ-->5λ-6

$$Δ=\left[2(2λ-3)\right]^2-4(λ-2)(5λ-6)=$$
$$4\left(4λ^2-12λ+9\right)-4\left(5λ^2-10λ-6λ+12\right)=$$
$$16λ^2-48λ+36-20λ^2+40λ+24λ-48=$$
$$-4λ^2+16λ-12$$

Άρα $Δ= -4λ^2+16λ-12$

Παρατηρούμε ότι **η Διακρίνουσα είναι τριώνυμο του λ** με α→-4<0 , β→16 και γ→-12. Έχει Δ΄=16^2-4(-4)(-12)=256-192=64>0, ρίζες τις $\lambda_1 = \frac{-16+8}{-8} = 1$ και $\lambda_2 = \frac{-16-8}{-8} = 3$ και **πίνακα πρόσημων**:

λ	**-00**		**1**		**3**		**+00**
$-4\lambda^2+16\lambda-12$		**-**	**0**	**+**	**0**	**-**	

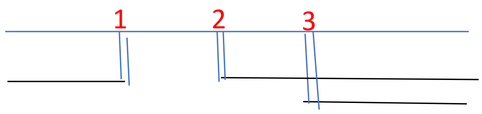
Α. Η εξίσωση (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 =0 (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες όταν λ≠2 και Δ>0⇔-4λ^2+16λ-12>0 ⇔ 1<λ<3. Άρα η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για λϵ(1,2)U(2,3).

Β. Η εξίσωση (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 =0 (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες όταν λ≠2 και Δ=0⇔-4λ^2+16λ-12=0 ⇔ λ=1ή λ=3. Άρα η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και ίσες για λ=1 ή λ=3.

Γ. Η εξίσωση (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 =0 (1) είναι αδύνατη όταν λ≠2 και Δ<0⇔-4λ^2+16λ-12<0 ⇔ λ<1ή λ>3. Άρα η εξίσωση (1) δεν έχει ρίζες πραγματικές για λϵ(-00, 1)U(3,+00).

Δ. Το τριώνυμο (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 γίνεται θετικό (>0) για κάθε πραγματικό αριθμό x (διατηρεί σταθερό θετικό πρόσημο), όταν

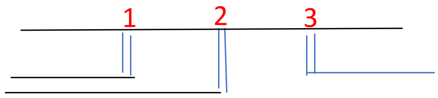
$$\left.\begin{array}{l}\lambda \neq 2 \\ \text{και} \\ \Delta<0 \\ \text{και} \\ \lambda-2>0\end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l}\lambda \neq 2 \\ \text{και} \\ -4\lambda^2+16\lambda-12<0 \\ \text{και} \\ \lambda>2\end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l}\lambda \neq 2 \\ \text{και} \\ \lambda<1 \text{ ή } \lambda>3 \\ \text{και} \\ \lambda>2\end{array}\right\}$$



Άρα (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 >0 για κάθε πραγματικό αριθμό x για λϵ(3,+00).

Ε. Το τριώνυμο (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 γίνεται αρνητικό (<0) για κάθε πραγματικό αριθμό x (διατηρεί σταθερό αρνητικό πρόσημο), όταν

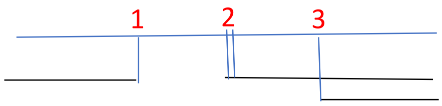
$$\left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \Delta<0\\ \text{και}\\ \lambda-2<0\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ -4\lambda^2+16\lambda-12<0\\ \text{και}\\ \lambda<2\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \lambda<1 \text{ ή } \lambda>3\\ \text{και}\\ \lambda<2\end{array}\right\}$$



Άρα (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 <0 για κάθε πραγματικό αριθμό x για λϵ(-00, 1).

ΣΤ. Το τριώνυμο (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 γίνεται θετικό (>0) (διατηρεί σταθερό θετικό πρόσημο) ή μηδέν για κάθε πραγματικό αριθμό x, όταν

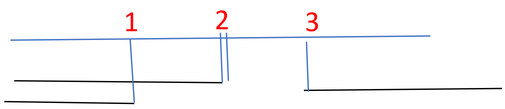
$$\left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \Delta\leq 0\\ \text{και}\\ \lambda-2>0\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ -4\lambda^2+16\lambda-12\leq 0\\ \text{και}\\ \lambda>2\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \lambda\leq 1 \text{ ή } \lambda\geq 3\\ \text{και}\\ \lambda>2\end{array}\right\}$$



Άρα (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 ≥0 για κάθε πραγματικό αριθμό x για λϵ[3,+00).

Ζ. Το τριώνυμο (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 γίνεται αρνητικό (>0) (διατηρεί σταθερό αρνητικό πρόσημο) ή μηδέν για κάθε πραγματικό αριθμό x, όταν

$$\left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \Delta\leq 0\\ \text{και}\\ \lambda-2<0\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ -4\lambda^2+16\lambda-12\leq 0\\ \text{και}\\ \lambda<2\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\lambda\neq 2\\ \text{και}\\ \lambda\leq 1 \text{ ή } \lambda\geq 3\\ \text{και}\\ \lambda<2\end{array}\right\}$$



Άρα (λ-2)x^2 +2(2λ-3)x+5λ-6 ≤0 για κάθε πραγματικό αριθμό x για λϵ(-00, 1].