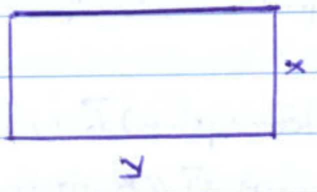
ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΚ 9/11/2020

σελ 60

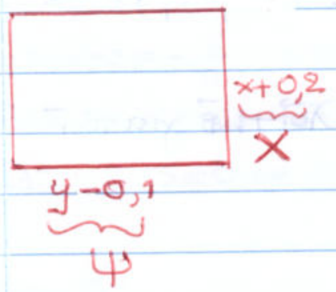
άσκ 5



$$\left.\begin{array}{l} 2<x<3 \\ 3<y<5 \end{array}\right\} \xRightarrow{+} 5<x+y<8 \xRightarrow{\cdot 2}$$

$$10<\underbrace{2(x+y)}_{\text{περίμετρος}}<16$$

$$\left.\begin{array}{l} 2<x<3 \\ 3<y<5 \end{array}\right\} \xRightarrow{\cdot} 6<\underbrace{xy}_{\text{εμβαδό}}<15$$



$$\left.\begin{array}{l} 2<x<3 \xRightarrow{+0,2} 2,2<\overbrace{x+0,2}^{X}<3,2 \\ 3<y<5 \xRightarrow{-0,1} 2,9<\underbrace{y-0,1}_{\Psi}<4,9 \end{array}\right\} \xRightarrow{+}$$

$$5,1<(x+0,2)+(y-0,1)<8,1 \xRightarrow{\cdot 2}$$

$$10,2<\underbrace{2\left[(x+0,2)+(y-0,1)\right]}_{\text{περίμετρος}}<16,2$$

$$\left.\begin{array}{l} 2,2<x+0,2<3,2 \\ 2,9<y-0,1<4,9 \end{array}\right\} \xRightarrow{\cdot} 6,38<\underbrace{(x+0,2)\cdot(y-0,1)}_{\text{εμβαδό}}<15,68$$

άσκ 6

Αν $0 \le a<b$, να δείξετε ότι $\dfrac{a}{1+a}<\dfrac{b}{1+b}$

$$\frac{a}{1+a}<\frac{b}{1+b} \xLeftrightarrow{\cdot(1+a)(1+b)>0} \frac{a\cancel{(1+a)}(1+b)}{\cancel{1+a}}<\frac{b(1+a)\cancel{(1+b)}}{\cancel{1+b}} \Leftrightarrow$$

$a(1+b)<b(1+a) \Leftrightarrow a+\cancel{ab}<b+\cancel{ab} \Leftrightarrow a<b$ που ισχύει

Β' ΟΜΑΔΑ

ασκ. 2.

Αν $a>1>b$, να αποδείξετε ότι $a+b>1+ab$

$a+b>1+ab \Leftrightarrow a+b-ab-1>0 \Leftrightarrow a(1-b)-(1-b)>0 \Leftrightarrow$

$(a-1)(1-b)>0$, που ισχύει γιατί $a>1 \Leftrightarrow a-1>0$ και

$1>b \Leftrightarrow 1-b>0$

ασκ 3.

Αν a,b θετικοί αριθμοί, να δείξετε ότι $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 4$

$(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 4 \Leftrightarrow (a+b)\left(\frac{a+b}{ab}\right)\geq 4 \Leftrightarrow$

$\frac{(a+b)^2}{ab}\geq 4 \overset{ab>0}{\Leftrightarrow} (a+b)^2\geq 4ab \Leftrightarrow a^2+2ab+b^2-4ab\geq 0$

$\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2\geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2\geq 0$, που ισχύει.

Η "=" ισχύει όταν $a=b$.

Ασκήσεις για λύση: