

Α.ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Θυμάμαι!

1. Αλγεβρική λέγεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές. Για παράδειγμα, η παράσταση $A = 2\alpha^2 + \beta^2 - (\alpha + \beta) + 1$ είναι αλγεβρική.

2. Αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές της με αριθμούς, τότε η τιμή της αριθμητικής παράστασης που προκύπτει λέγεται τιμή της αλγεβρικής παράστασης. Για παράδειγμα, η τιμή της παράστασης $A = 2\alpha^2 + \beta^2 - (\alpha + \beta) + 1$ για $\alpha = -3$ και $\beta = 2$ είναι: $A = 2(-3)^2 + 2^2 - (-3+2) + 1 = 2 \cdot 9 + 8 - (-2) + 1 = 18 + 8 + 2 + 1 = 29$

3. Οι προσθετέοι της αλγεβρικής παράστασης λέγονται όροι της παράστασης. Για παράδειγμα, οι όροι της παράστασης $A = 2\alpha^2 + \beta^2 - (\alpha + \beta) + 1$ είναι: $2\alpha^2, \beta^2, -(\alpha + \beta), 1$.
 Επαναληπτικές ασκήσεις

4. Επιμεριστική ιδιότητα: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ και $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$. Για παράδειγμα, $-2(3 - \beta) = -(2 \cdot 3) + (2 \cdot \beta) = -6 + 2\beta$,
 $-\alpha(-\beta - 3 + \delta) = (\alpha \cdot \beta) + (3 \cdot \alpha) - (\alpha \cdot \delta) = \alpha\beta + 3\alpha - \alpha\delta$

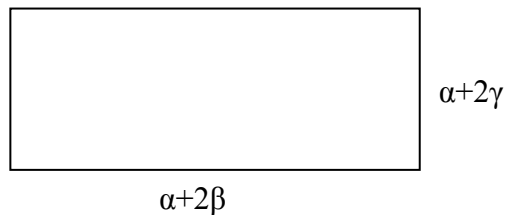
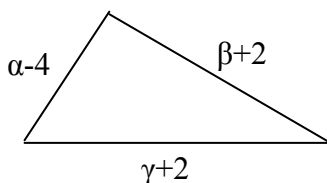
Η επιμεριστική ιδιότητα μας βοηθάει στην αναγωγή όμοιων όρων, δηλαδή στην απλοποίηση της αλγεβρικής παράστασης. Για παράδειγμα, $\alpha - 9 + 2(3\alpha - \beta) - 5(\alpha - 2\beta - 1) = \alpha - 9 + (2 \cdot 3\alpha) - (2 \cdot \beta) - (5 \cdot \alpha) + (5 \cdot 2\beta) + (5 \cdot 1) = \alpha - 9 + 6\alpha - 2\beta - 5\alpha + 10\beta + 5 = (\alpha + 6\alpha - 5\alpha) + (10\beta - 2\beta) + (5 - 9) = 2\alpha + 8\beta - 4$

Επαναληπτικές ασκήσεις στις αλγεβρικές παραστάσεις

1. Δίνεται η παράσταση $3(x - 2y) - 2(3x - y) - (5 - y)$.

- Να γράψετε τους όρους της
- Να την απλοποιήσετε
- Να βρείτε την τιμή της αν $x + y = -2$.

2. Αν το ορθογώνιο έχει περίμετρο 40 cm, να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου.



Β. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Θυμάμαι!

1. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς ισχύει μόνο μία από τις σχέσεις:

$$\alpha = \beta, \alpha < \beta, \alpha > \beta$$

2. Αν $\alpha = \beta$, τότε $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$. Αντίστροφα: αν $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$, τότε $\alpha = \beta$
 (διαγραφή του γ)

3. Αν $\alpha = \beta$, τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$. Αντίστροφα: αν $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$, τότε $\alpha = \beta$
 (διαγραφή του γ)

4. Αν $\alpha = \beta$, τότε $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$. Αντίστροφα: αν $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$ και $\gamma \neq 0$, τότε $\alpha = \beta$
(διαγραφή του γ)
5. Αν $\alpha = \beta$ και $\gamma \neq 0$, τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$. Αντίστροφα: αν $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$ και $\gamma \neq 0$, τότε $\alpha = \beta$
(διαγραφή του γ)
6. Με βάση τις παραπάνω ιδιότητες λύνονται οι εξισώσεις.
- ✓ Εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό x .
 - ✓ Λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης λέγεται ο αριθμός που πρέπει να βάλουμε στη θέση του αγνώστου, ώστε η ισότητα που προκύπτει να αληθεύει. Για παράδειγμα, στην εξίσωση $-3x - 2 = 13 - 2x$ ο αριθμός $x = -15$ είναι λύση, διότι αν κάνουμε την επαλήθευση έχουμε: $-3 \cdot (-15) - 2 = 13 - 2 \cdot (-15)$ δηλαδή, $45 - 2 = 13 + 30$, δηλαδή, $43 = 43$, που ισχύει.
 - ✓ Αν η εξίσωση έχει ή παίρνει τη μορφή $0x = \alpha$, με $\alpha \neq 0$, λέγεται αδύνατη, ενώ με $\alpha = 0$, λέγεται αόριστη ή ταυτότητα
 - ✓ Αν η εξίσωση έχει ή παίρνει τη μορφή $\frac{A}{B} = \frac{\Gamma}{\Delta}$, τότε προτιμάμε τη μέθοδο του χιαστί. $\frac{A}{B} \approx \frac{\Gamma}{\Delta}$.
 - ✓ Εξισώσεις με τις ίδιες λύσεις ή ρίζες λέγονται ισοδύναμες. Για παράδειγμα οι εξισώσεις $2x-1=7$ και η εξίσωση $2x=8$, είναι ισοδύναμες με λύση $x = 4$.

Επαναληπτικές ασκήσεις στις εξισώσεις

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- i. $3(x - 2) - 5(1 - 2x) = 2(4x - 4) - 5(2 - x)$
 - ii. $\frac{3y - 2}{2} - \frac{y - 2}{3} = \frac{y - 2}{4} - \frac{y - 14}{6}$
 - iii. $\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha + 2}{3} + 2 \right) - \frac{3}{4} \left(4 - \frac{\alpha - 2}{2} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha - 4}{4} - \frac{14 - \alpha}{6}$ (Υπόδειξη: Για πιο εύκολη απαλοιφή παρονομαστών, κάνε πρώτα επιμεριστική ιδιότητα στους όρους του α' μέλους της εξίσωσης)
 - iv. Να βρείτε την τιμή του α , αν οι εξισώσεις $x+4=2$ και $\alpha x - x = \alpha(2x-1) - 3$ είναι ισοδύναμες.
2. Να λύσετε τα προβλήματα:
- i. Για να καλυφθούν τα έξοδα της εκδρομής ενός τμήματος της Β' γυμνασίου, ο/η κάθε μαθητής/τρια έπρεπε να πληρώσει 6,5 €. Επειδή όμως 4 μαθητές/τριες δεν μπορούσαν να συμμετάσχουν οι υπόλοιποι πλήρωσαν 7,8 €. Πόσους/σες μαθητές/τριες έχει το τμήμα;
 - ii. Μία ορειβάτισσα χρειάστηκε 6 ώρες για την άνοδο και την κάθοδο ενός βουνού. Αν στην άνοδο διανύει 300 m/h και στην κάθοδο 600 m/h, να βρείτε πόσα μέτρα είναι η άνοδος.
 - iii. 50 επιβάτες ενός πλοίου κατέβηκαν σε δύο λιμάνια Α και Β. Το εισιτήριο για το λιμάνι Α είναι 55 € και για το λιμάνι Β 72€. Αν όλοι οι επιβάτες πλήρωσαν 3090 €, να βρείτε πόσοι επιβάτες κατέβηκαν στο λιμάνι Α και πόσοι στο λιμάνι Β.