

Φύλλο εργασίας: Τρόποι Παραγοντοποίησης (Μετατροπής Παράστασης σε Γινόμενο Παραγόντων)

Θυμάμαι!

Α. Με κοινό παράγοντα: Αναγνωρίζουμε στους όρους της παράστασης κοινούς παράγοντες και εφαρμόζουμε επιμεριστική ιδιότητα.

Παραδείγματα: Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

<p>α. $4x^2y^2 - 6xy^3 =$</p> <p>$2xy^2(2x - 3y)$</p>	<p>Όροι παράστασης $4x^2y$ και $-6xy^3$</p> <p>Κοινοί παράγοντες όρων αριθμός: 2 [ΜΚΔ (4,6)= Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης των 4 και 6] μεταβλητές: x (με τη μικρότερη δύναμη που εμφανίζεται στους όρους της παράστασης), y^2 (με τη μικρότερη δύναμη που εμφανίζεται στους όρους της παράστασης)</p>
<p>β. $x^2(x - 3) - 2(3x - x^2) =$</p> <p>$x^2(x - 3) + 2x(x - 3) =$</p> <p>$(x-3)(x^2+2x) =$</p> <p>$(x-3)x(x+2) =$</p> <p>$x(x-3)(x+2)$</p>	<p>Όροι παράστασης $x^2(x - 3)$, $-2(3x - x^2)$</p> <p>Ο παράγοντας $3x - x^2$ στο δεύτερο όρο γίνεται $x(3-x) = -x(x-3)$</p> <p>Όροι νέας παράστασης $x^2(x - 3)$, $2x(x-3)$</p> <p>Κοινοί παράγοντες όρων νέας παράστασης αριθμός: 1 [ΜΚΔ(1,2)] μεταβλητή: x (με τη μικρότερη δύναμη που εμφανίζεται στους όρους της νέας παράστασης), αλγεβρική παράσταση: παρένθεση $(x-3)$</p> <p>Αν και η αρχική παράσταση έγινε γινόμενο παραγόντων, παρατηρούμε ότι ο παράγοντας x^2+2x, είναι αλγεβρική παράσταση που μπορεί να παραγοντοποιηθεί: $x^2+2x = x(x+2)$</p>

Εφαρμογές (στο τετράδιο)

Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $8axy^2 - 4ax^2y + 6ax^2$ γ. $2xy(x-1) + (1-x)(x^2+y^2)$ ε. $\mu^2(\mu-2) + \mu(2-\mu)^2$	β. $-4x^3y^2 + 2x^4y - 6x^2y$ δ. $4(\alpha-\beta)^2 - 20(\beta-\alpha)$ στ. γράψε μία δική σου άσκηση
--	---

Β. Με ομάδες: Ομαδοποιούμε τους όρους της παράστασης, άλλοτε παίρνοντας το ίδιο πλήθος όρων και άλλοτε διαφορετικό πλήθος όρων στην κάθε ομάδα.

Παραδείγματα: Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $4x^2y^2 - 6xy^3 + 2x^2 - 3xy =$ $(4x^2y^2 - 6xy^3) + (2x^2 - 3xy) =$ $2xy^2(2x-3y) + x(2x-3y) =$ $(2x-3y)(2xy^2 + x) =$ $(2x-3y)x(2y^2 + 1) =$ $x(2x-3y)(2y^2 + 1)$	Όροι παράστασης $4x^2y^2, -6xy^3, 2x^2, -3xy$ Ομάδες και Παραγοντοποίηση ομάδων $4x^2y^2 - 6xy^3 = 2xy^2(2x-3y)$ $2x^2 - 3xy = x(2x-3y)$ Παραγοντοποίηση νέας παράστασης Παραγοντοποίηση παράγοντα
β. $(\alpha - \beta)(x + y) - \gamma x - \gamma y =$ $(\alpha - \beta)(x + y) - (\gamma x + \gamma y) =$ $(\alpha - \beta)(x + y) - \gamma(x + y) =$ $(x + y)(\alpha - \beta - \gamma)$	Όροι παράστασης $(\alpha - \beta)(x + y), -\gamma x, -\gamma y$ Ομάδα και Παραγοντοποίηση ομάδας $-(\gamma x + \gamma y) = -\gamma(x + y)$ Παραγοντοποίηση νέας παράστασης
γ. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 + 2\alpha - 2\beta =$ $(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) + 2(\alpha - \beta) =$ $(\alpha - \beta)^2 + 2(\alpha - \beta) =$ $(\alpha - \beta)(\alpha - \beta + 2)$	Όροι παράστασης $\alpha^2, -2\alpha\beta, \beta^2, 2\alpha, -2\beta$ Ομάδες και Παραγοντοποίηση ομάδων $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$ (Βλέπε και Γ. Με χρήση ταυτοτήτων) $2\alpha - 2\beta = 2(\alpha - \beta)$ Παραγοντοποίηση νέας παράστασης

Εφαρμογές (στο τετράδιο)

Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $(2x + y)(\alpha - \beta) + \beta - \alpha$ γ. $\alpha\beta - 3\beta - 2\alpha\gamma + 6\gamma$ ε. $\alpha^4 + 2\alpha^2 + 1 - \alpha^3\beta - \alpha^2\beta$	β. $1 - z + zk - z^2k$ δ. $(x - 2)^2 - 3x + 6$ στ. γράψε μία δική σου άσκηση
--	--

Γ. Με ταυτότητες:

$$(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2, (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2, (\alpha \pm \beta)^3 = \alpha^3 \pm 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 \pm \beta^3,$$

$$\alpha^3 \pm \beta^3 = (\alpha \pm \beta)(\alpha^2 \mp \alpha\beta + \beta^2)$$

Παραδείγματα: Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

<p>α. $(x^2+y^2)^2 - 9x^2y^2 =$</p> $(x^2+y^2)^2 - (3xy)^2 =$ $(x^2+y^2 - 3xy)(x^2+y^2 + 3xy)$	<p>Όροι παράστασης $(x^2+y^2)^2, -9x^2y^2$ Λαμβάνοντας υπόψη τη Διαφορά Τετραγώνων $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$</p>
---	--

<p>β. $27x^3 - 8 =$</p> $(3x)^3 - 2^3 =$ $(3x-2)(9x^2+6x+4)$	<p>Όροι παράστασης $27x^3, -8$ Λαμβάνοντας υπόψη τη Διαφορά Κύβων $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$</p>
---	---

<p>γ. $27x^3 + 8 =$</p> $(3x)^3 + 2^3 =$ $(3x+2)(9x^2-6x+4)$	<p>Όροι παράστασης $27x^3, 8$ Λαμβάνοντας υπόψη το Άθροισμα Κύβων $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$</p>
---	---

<p>δ. $\alpha^4 + 6\alpha^2 + 9 =$</p> $(\alpha^2)^2 + 2 \cdot 3\alpha^2 + 3^2 =$ $(\alpha^2 + 3)^2$	<p>Όροι παράστασης $\alpha^4, 6\alpha^2, 9$ Λαμβάνοντας υπόψη την ταυτότητα του Τέλειου Τετραγώνου $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$</p>
---	---

<p>ε. $\alpha^4 - 6\alpha^2 + 9 =$</p> $(\alpha^2)^2 - 2 \cdot 3\alpha^2 + 3^2 =$ $(\alpha^2 - 3)^2$	<p>Όροι παράστασης $\alpha^4, -6\alpha^2, 9$ Λαμβάνοντας υπόψη την ταυτότητα του Τέλειου Τετραγώνου $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$</p>
---	--

<p>στ. $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 =$</p> $(2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3 =$ $(2x+3)^3$	<p>Όροι παράστασης $8x^3, 36x^2, 54x, 27$ Λαμβάνοντας υπόψη την ταυτότητα του Τέλειου Κύβου $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3$</p>
---	---

<p>ζ. $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 =$</p> $(2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 =$ $(2x-3)^3$	<p>Όροι παράστασης $8x^3, -36x^2, 54x, -27$ Λαμβάνοντας υπόψη την ταυτότητα του Τέλειου Κύβου $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3$</p>
--	---

Εφαρμογές (στο τετράδιο)

Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $9x^2 - 4y^2$ γ. $x^2 - 2xy + y^2$ ε. $(\alpha + 2)^3 - 3(\alpha + 2)^2 + 3(\alpha + 2) - 1$ ζ. $\alpha^4 + 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4$	β. $4(y - 2)^2 - 9y^2$ δ. $y^6 + 3y^4 + 3y^2 + 1$ στ. $8\alpha^3 + \beta^6$ η. Γράψε μια δικιά σου άσκηση
---	--

Δ. Με διάσπαση ενός ή περισσότερων όρων ή προσθαφαίρεση κάποιου όρου σε συνδυασμό με τους προηγούμενους τρόπους

Παραδείγματα: Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $x^4 + 4y^4 - 5x^2y^2 =$ $x^4 + 4y^4 - 4x^2y^2 - x^2y^2 =$ $(x^4 - 4x^2y^2 + 4y^4) - x^2y^2 =$	Όροι παράστασης $x^4, 4y^2, -5x^2y^2$ Διάσπαση όρου παράστασης $-5x^2y^2 = -4x^2y^2 - x^2y^2$ Ομάδες και παραγοντοποίηση ομάδων
---	--

$(x^2 - 2y^2)^2 - (xy)^2 =$ $(x^2 - 2y^2 - xy)(x^2 - 2y^2 + xy)$	Λαμβάνοντας υπόψη τη Διαφορά Τετραγώνων
β. $\alpha^4 + 4\beta^4 =$ $\alpha^4 + 4\beta^4 + 4\alpha^2\beta^2 - 4\alpha^2\beta^2 =$ $(\alpha^4 + 4\beta^4 + 4\alpha^2\beta^2) - 4\alpha^2\beta^2 =$ $(\alpha^2 + 2\beta^2)^2 - (2\alpha\beta)^2 =$ $(\alpha^2 + 2\beta^2 - 2\alpha\beta)(\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\alpha\beta)$	Όροι παράστασης $\alpha^4, 4\beta^4$ Προσθαφαίρεση όρου $4\alpha^2\beta^2$ Ομάδες και παραγοντοποίηση ομάδων Λαμβάνοντας υπόψη τη Διαφορά Τετραγώνων

Εφαρμογές (στο τετράδιο)

Να κάνετε γινόμενα τις παραστάσεις:

α. $x^4 + x^2y^2 + y^4$	β. $x^4 - 15x^2 + 9$
-------------------------	----------------------

Συμπέρασμα: Η παραγοντοποίηση παραστάσεων είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην απλοποίησή τους!

Εφαρμογές (στο τετράδιο)

Να κάνετε τις ασκήσεις 1 και 2 σελ. 53 σχολικού βιβλίου