

# **ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΙΣ Α΄, Β΄ ΚΑΙ Γ΄ ΤΑΞΕΙΣ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΚΔΟΣΗ, ΑΘΗΝΑ 2022**

Πράξη «Αναβάθμιση των Προγραμμάτων Σπουδών και Δημιουργία Εκπαιδευτικού Υλικού  
Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης» - MIS: 5035542

## Γνωστικό Πεδίο: Φυσικές Επιστήμες, Τεχνολογία και Μαθηματικά Γνωστικό Αντικείμενο/επίπεδο εκπαίδευσης: Μαθηματικά (Λύκειο)

### Εμπειρογνώμονες Εκπόνησης του Προγράμματος Σπουδών

#### Επόπτης

Ζαχαριάδης Θεοδόσιος

#### Εκπονητές/Εκπονήτριες

Βλάχου Αγγελική, Διαμαντίδης Δημήτριος, Καραβασίλης Γεώργιος, Κορρές Κωνσταντίνος, Μαστορίδης Ελευθέριος, Μπαλωμένου Αθανασία, Μπαραλός Γεώργιος, Περυσινάκη Ειρήνη, Σιώπη Καλλιόπη, Σκουρκέας Αναστάσιος, Σπάθης Μάριος, Φουσκάκης Δημήτριος

#### Εισηγητική Επιτροπή

Ζυμπίδης Δημήτριος, Στουραϊτής Κωνσταντίνος, Τάσος Νικόλαος

#### Υπεύθυνη Γνωστικού Πεδίου

Πετροπούλου Γεωργία

<b>Επιχειρησιακό Πρόγραμμα «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση 2014 -2020»</b>		
	<b>ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ</b> Ιωάννης Αντωνίου, Πρόεδρος ΙΕΠ	
Πράξη με τίτλο:	Πράξη «Αναβάθμιση των Προγραμμάτων Σπουδών και Δημιουργία Εκπαιδευτικού Υλικού Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης» - MIS: 5035542	
Επιστημονική Ομάδα Έργου:	Αφεντουλίδου Άννα, Σύμβουλος Β΄ ΙΕΠ, Εμβαλωτής Αναστάσιος, Μέλος ΔΣ ΙΕΠ, Κατσαγάνη Γεωργία, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Μαστραπάς Αντώνιος, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Ματσούκας Παναγιώτης, Σύμβουλος Β΄ ΙΕΠ, Μπίλλα Πολυξένη, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Πετροπούλου Γεωργία, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Πήλιουρας Παναγιώτης, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Σαλπασαράνης Κωνσταντίνος, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Σταμούλης Ευθύμης, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ, Στυλιάρης Ευστάθιος, Προϊστάμενος Γραφείου Στρατηγικής και Πολιτικού Σχεδιασμού ΙΕΠ	
Υπεύθυνος Πράξης:	Παναγιώτης Πήλιουρας, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ	
Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.		
 Ευρωπαϊκή Ένωση Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο	<b>Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση</b> Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης	 ΕΣΠΑ 2014-2020 ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α΄ Μέρος .....	1
Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ .....	1
Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ .....	1
Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ .....	2
Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση .....	2
Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία.....	3
Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες) .....	4
Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ .....	5
Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ.....	6
Β΄ Μέρος.....	7
Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών.....	7

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΙΣ Α', Β', Γ' ΤΑΞΕΙΣ ΛΥΚΕΙΟΥ

### Α' Μέρος

#### Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Τα Μαθηματικά αναγνωρίζονται ως ένας από τους πλέον κρίσιμους τομείς του ανθρώπινου πολιτισμού, εξαιτίας του ισχυρού τρόπου ερμηνείας του κόσμου που προσφέρουν και της σημαντικής, ως συνέπεια, συνεισφοράς τους στην ανάπτυξη της ατομικής αλλά και της συλλογικής σκέψης. Αυτή η παρατήρηση αιτιολογεί την κεντρική θέση που κατέχουν διαχρονικά στα Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ) όλων των εκπαιδευτικών συστημάτων, καθιστώντας την επιτυχημένη σχολική μαθητεία σε αυτά καθοριστικό παράγοντα της **γνωστικής** και της **ακαδημαϊκής ανάπτυξης**, της **επαγγελματικής ανέλιξης** και της **κοινωνικής επιτυχίας** κάθε πολίτη και κατ' επέκταση της εξέλιξης των κοινοτήτων στις οποίες αυτός συμμετέχει.

Αντικείμενο των Μαθηματικών είναι η μελέτη δομών και σχέσεων, η κατανόηση των οποίων χαρακτηρίζει αυτό που ονομάζεται μαθηματικός τρόπος σκέψης και συλλογισμού. Η **μαθηματική σκέψη** προϋποθέτει την ικανότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των Μαθηματικών, καθώς και των τρόπων τεκμηρίωσης και «νομιμοποίησης» του **μαθηματικού συλλογισμού**. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί καθιστούν φανερές τις σχέσεις των **μαθηματικών οντοτήτων** και των μεταξύ τους συνδέσεων, δηλαδή τη θέση τους σε ένα **δίκτυο ιδεών** που δομείται στη βάση διαφανών, αυστηρά και λογικά καθορισμένων συνδέσεων. Η συνεκτικότητα και η συνοχή που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη και συνεισφέρουν στην ισχύ και στο εύρος των εφαρμογών της οφείλονται σε αυτήν ακριβώς τη διαπίστωση.

Τα Μαθηματικά στο παρόν ΠΣ γίνονται αντιληπτά ως **ανθρώπινο δημιούργημα** που μπορεί να προσφέρει σε όλους τους μαθητές και τις μαθήτριες τις γνώσεις και τα εργαλεία ώστε να γίνουν **ενεργοί, χειραφετημένοι και κριτικοί πολίτες** του αύριο, που θα είναι σε θέση να λειτουργούν δυναμικά και αποτελεσματικά τόσο ως άτομα όσο και ως μέλη μιας συνεχώς μεταβαλλόμενης κοινωνίας.

#### Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ

Το νέο ΠΣ φιλοδοξεί να προσφέρει σε όλους τους/τις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να είναι σε θέση, μέσα από τη συμμετοχή τους στα μαθήματα, να:

- **εκτιμούν και να αποδίδουν αξία στα Μαθηματικά** μέσα από τη συνειδητοποίηση της φύσης της μαθηματικής γνώσης και των κρίσιμων/μεγάλων ιδεών της, που συνδέουν και ενοποιούν τα επιμέρους πεδία της μαθηματικής επιστήμης με τρόπους που συμβάλλουν σε μια βαθύτερη και πιο ισχυρή κατανόησή της,
- **αναπτύσσουν μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές**, όπως ο συλλογισμός, η μοντελοποίηση, η επικοινωνία και ο αναστοχασμός, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των Μαθηματικών και υποστηρίζουν σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα,
- **αξιοποιούν ποικιλία πόρων και εργαλείων**, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, για να διαχειριστούν κατάλληλα μέσα από προσεγγίσεις διερεύνησης αλλά και μαθητείας, αλλαγές, κρίσεις και προκλήσεις στο ακαδημαϊκό, προσωπικό, επαγγελματικό και κοινωνικό περιβάλλον δράσης τους. Τα διάφορα

«εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον,

- **αναγνωρίζουν συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων πεδίων της ανθρώπινης γνώσης και δράσης** και να εκτιμούν τα Μαθηματικά ως προσπελάσιμο και ενδιαφέρον πεδίο μελέτης,
- **χρησιμοποιούν με αυτοπεποίθηση και εμπιστοσύνη τα Μαθηματικά για να κατανοούν με κριτικό τρόπο τον κόσμο γύρω τους.** Στην κατεύθυνση αυτή συλλέγουν, αναλύουν, οργανώνουν και αξιολογούν δεδομένα ελέγχοντας τις πηγές προέλευσής τους και υπερασπίζονται τις απόψεις τους. Έτσι, δρουν ως υπεύθυνοι πολίτες στους χώρους δράσης τους, συμβάλλοντας δυναμικά στη δημοκρατική και ισότιμη ανάπτυξη των κοινωνιών σε μικρο- και μακρο- επίπεδο,
- **κατανοούν και να είναι σε θέση να αξιοποιήσουν το μαθηματικό λόγο** εντοπίζοντας κρίσιμες μαθηματικές ιδέες, αναλύοντας και ερμηνεύοντας διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα. Μια τέτοια προσέγγιση τους/τις βοηθά να αναπτύξουν πολυτροπικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ακρίβεια και ευελιξία.

Ειδικότερα για το Λύκειο, το νέο ΠΣ έχει δύο κεντρικούς στόχους. Ο πρώτος, που επιδιώκεται μέσα από τα μαθήματα γενικής παιδείας, αφορά στην ολοκλήρωση των μαθηματικών γνώσεων και στην ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, που αμφότερα είναι αναγκαία σε έναν κοινωνικά ενεργό πολίτη. Ο δεύτερος, που επιδιώκεται μέσα από τα μαθήματα προσανατολισμού, αφορά στην περαιτέρω ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού και των μαθηματικών γνώσεων εκείνων των μαθητών/-τριών που επιθυμούν να συνεχίσουν σπουδές θετικού και οικονομικού προσανατολισμού, ώστε να αποκτήσουν τα απαραίτητα εφόδια για τη συνέχεια των σπουδών τους στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση.

## Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

Τα τρία Θεματικά Πεδία που περιλαμβάνει το ΠΣ είναι τα εξής:

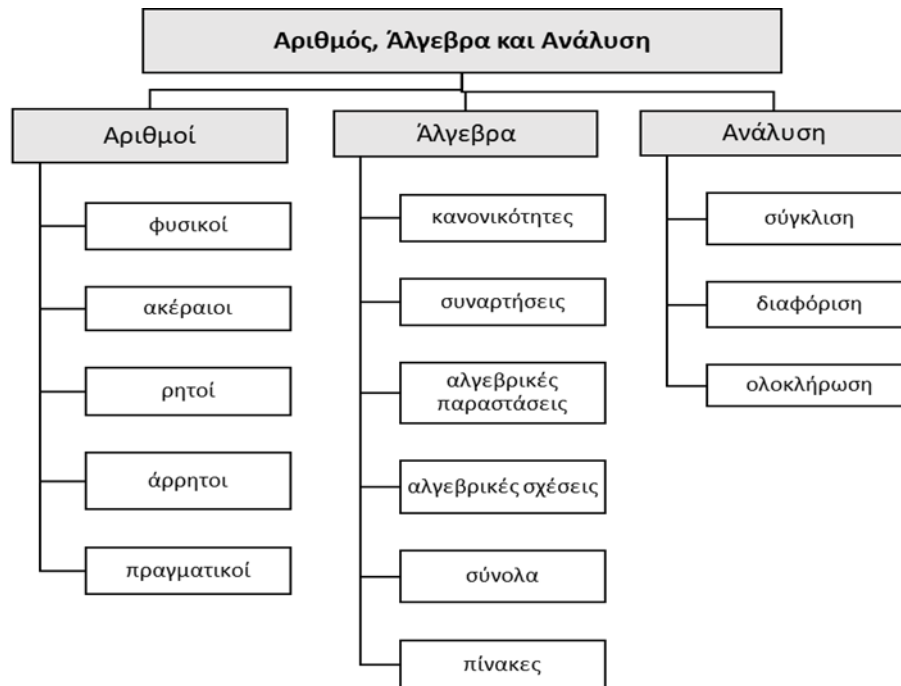
### Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους/τις μαθητές/-τριες από την υποχρεωτική εκπαίδευση έως και το Λύκειο περιλαμβάνει την αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους. Η μάθηση των αριθμών περιλαμβάνει την προοδευτική μελέτη των φυσικών, των ακεραιών, των ρητών και των άρρητων αριθμών και ολοκληρώνεται με τη μελέτη του συνόλου των πραγματικών αριθμών.

Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής και επομένως η κατανόησή τους έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις. Οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν την αλγεβρική κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη μεταβλητών, κανονικότητας, εξισώσεων, ανισώσεων και την επίλυση τέτοιων προβλημάτων που η επίλυσή τους βασίζεται στα παραπάνω εργαλεία. Παράλληλα εισάγονται στην έννοια της συμμεταβολής, καθώς και της συνάρτησης και χρησιμοποιούν διαφορετικά συστήματα αναπαράστασής της. Στο Λύκειο οι μαθητές/-τριες, αξιοποιώντας αλγεβρικά εργαλεία, μελετούν τις βασικές κατηγορίες συναρτήσεων.

Στην Ανάλυση, με την εισαγωγή της σύγκλισης, της διαφόρισης και της ολοκλήρωσης συναρτήσεων δίνεται η δυνατότητα της πλήρους και ακριβούς μελέτης των συναρτήσεων,

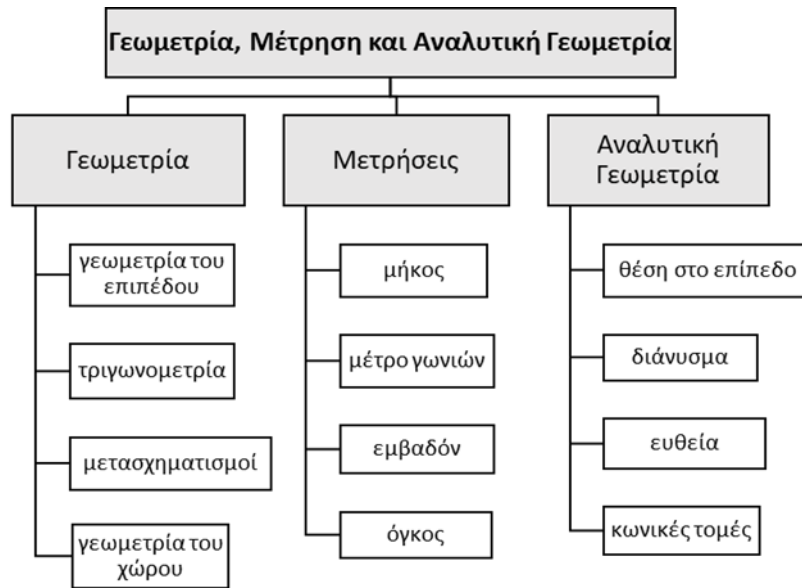
καθώς και της επίλυσης προβλημάτων τα οποία δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με πεπερασμένες διαδικασίες στο πλαίσιο της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας.



### Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία

Η μελέτη του πεδίου Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία συμβάλλει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης, προσφέροντας δυνατότητες ερμηνείας και παρέμβασης στο φυσικό και δομημένο περιβάλλον. Το πιο σημαντικό, ωστόσο, είναι ότι η μελέτη αυτού του πεδίου συνεισφέρει ουσιαστικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής συλλογιστικής και της δημιουργικής σκέψης, καθώς και γενικότερα στην ανάπτυξη της λογικής επιχειρηματολογίας, τεκμηρίωσης και δημιουργικότητας σε ευρύτερα, πέραν των μαθηματικών, πλαίσια, στοιχεία σημαντικά για κάθε πολίτη.

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας που αναπτύσσεται στο Δημοτικό αφορά κυρίως τη *μη τυπική Γεωμετρία*. Στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες εισάγονται στην προσέγγιση των χωρικών και των γεωμετρικών εννοιών σε αφαιρετικό επίπεδο, ενώ στο Λύκειο η Γεωμετρία και η Μέτρηση αναπτύσσονται σε επαρκές επίπεδο πληρότητας, συνδέοντας τον *χωρικό, γεωμετρικό και οπτικοποιημένο* συλλογισμό με την τυπική αποδεικτική διαδικασία. Η Αναλυτική Γεωμετρία αναπτύσσεται κυρίως στο Λύκειο στα μαθήματα θετικού προσανατολισμού και ολοκληρώνεται με τη μελέτη των γραμμικών μετασχηματισμών με χρήση πινάκων.



### Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων είναι να αναπτύξει την ικανότητα του/της μαθητή/-τριας –μελλοντικού πολίτη– να αξιολογεί κριτικά πληροφορίες, να εξάγει συμπεράσματα, να κάνει προβλέψεις και να λαμβάνει αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες. Η βασική διαφορά των Στοχαστικών Μαθηματικών από τις άλλες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών είναι ότι η συγκεκριμένη περιοχή μελετά προβλήματα που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα δεδομένων, δηλαδή με τη διαφορετικότητα που υπάρχει γύρω μας (π.χ. τα άτομα διαφέρουν, οι συνθήκες ενός πειράματος διαφέρουν).

Το περιεχόμενο της Στατιστικής εξελίσσεται από τη συλλογή και παρουσίαση δεδομένων από μικρές στατιστικές έρευνες στο Δημοτικό, στη μελέτη συνεχών ποσοτικών δεδομένων και μέτρων θέσης και μεταβλητότητας στο Γυμνάσιο, μέχρι τη μελέτη σχέσεων εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών στο Λύκειο.

Το περιεχόμενο των Πιθανοτήτων αναπτύσσεται από την αβεβαιότητα διάφορων γεγονότων και την έννοια της πιθανότητας στο Δημοτικό, στον υπολογισμό πιθανοτήτων με τον κλασικό ορισμό στο Γυμνάσιο και στις έννοιες της δεσμευμένης πιθανότητας στο Λύκειο.



#### Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Το ΠΣ για τα Μαθηματικά υποστηρίζει τη **γνωστική-ατομική** και την **κοινωνικοπολιτισμική-συμμετοχική** προσέγγιση στη μάθηση, αντιμετωπίζοντάς τες ως συμπληρωματικές και σε συνεχή αλληλεπίδραση. Λαμβάνοντας υπόψη τη συζήτηση και την έρευνα που διεξάγεται διεθνώς αναφορικά με τις αρχές που θα πρέπει να διέπουν ένα σύγχρονο ΠΣ για τα Μαθηματικά, υιοθετείται η άποψη ότι, σε μια τάξη Μαθηματικών, η μάθηση και η διδασκαλία εξελίσσονται τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο.

Το ΠΣ, αναγνωρίζοντας την κρισιμότητα της μαθηματικής γνώσης σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δράσης, επενδύει στη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης που δίνουν τη δυνατότητα δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ της γνώσης του περιεχομένου των Μαθηματικών και της εφαρμογής των εννοιών και των διαδικασιών που το χαρακτηρίζουν. Επιπλέον, υποστηρίζει την ανάπτυξη **υψηλού επιπέδου μαθηματικού συλλογισμού, μαθηματικών ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης ολοένα και πιο περίπλοκων προβλημάτων, τη διαμόρφωση στάσεων και πεποιθήσεων** που βοηθούν τους/τις μαθητές/-τριες να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα στα Μαθηματικά, όπως και εκτός αυτών. Σε αυτή την κατεύθυνση, το ΠΣ για τα Μαθηματικά αναγνωρίζει ως σημαντική την ανάδειξη **των μαθηματικών πρακτικών ταυτόχρονα με τη μάθηση του μαθηματικού περιεχομένου**. Οι διαδικασίες μάθησης που λαμβάνουν χώρα στην τάξη συνδέονται στενά με την έννοια του **μαθηματικού γραμματισμού**. Πρόκειται για την ικανότητα του ατόμου α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και β) να αναλύει και να ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον. Τέλος, το ΠΣ επιδιώκει να προσφέρει ευκαιρίες για **πολλαπλούς τρόπους συμμετοχής στη μαθηματική δραστηριότητα** μέσα στη σχολική τάξη με τρόπο ώστε να αναδεικνύονται και οι μαθηματικές ιδέες και η χρησιμότητα των Μαθηματικών.

Το ΠΣ των Μαθηματικών αναγνωρίζει ότι η μάθηση των Μαθηματικών είναι μια δυναμική, σταδιακή και συνεχής διαδικασία, στην οποία ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού είναι καθοριστικός και καίριας σημασίας. Επιπρόσθετα στοχεύει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες, λαμβάνοντας υπόψη τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους αυτοί/-ές νοηματοδοτούν τις εμπειρίες τους και τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες στις τάξεις των Μαθηματικών, αλλά και τις διαφορετικές τους κοινωνικές, πολιτισμικές και συναισθηματικές αφετηρίες. Το ΠΣ υποστηρίζει διδακτικές στρατηγικές **συμπερίληψης και διαφοροποίησης** αναγνωρίζοντας ότι οι μαθητές/-τριες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον τρόπο και το ρυθμό που μαθαίνουν, τα ενδιαφέροντά τους, τις προηγούμενες γνώσεις και τις εμπειρίες τους, την κουλτούρα και τη γλώσσα τους. Συνεπώς, κάθε μαθητής/-τρια, ανάλογα με τις γνωστικές ή άλλες ανάγκες του/της, προσκαλείται να εμπλακεί σε έργα μάθησης που οδηγούν σε αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα, η οποία προσφέρει προκλήσεις ανάπτυξης της μαθηματικής του/της σκέψης και συμβάλλουν στη συλλογική συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος μέσα από τη συμμετοχή του/της στα δρώμενα της τάξης. Το ΠΣ ενθαρρύνει την προσέγγιση της **πολιτισμικά ευαισθητοποιημένης διδασκαλίας των Μαθηματικών**, που συνδέεται με την επίγνωση των διαφορετικών πολιτισμικών αξιών, παραδόσεων και κατανοήσεων που κάθε μαθητής/-τρια «φέρνει» στην τάξη.

Μια κεντρική διδακτική πρακτική του/της εκπαιδευτικού αφορά την επιλογή και διαχείριση του κατάλληλου μαθηματικού έργου που θα πυροδοτήσει την επιθυμητή μαθηματική δραστηριότητα. Πρόκειται για την εργασία που αναθέτει ο/η εκπαιδευτικός στους/στις μαθητές/-τριες και στα μαθηματικά χαρακτηριστικά της δράσης που αναδεικνύονται στην πορεία εκπόνησής της. Το μαθηματικό έργο συνδέεται άμεσα, αλλά όχι αποκλειστικά, με τις μαθηματικές πρακτικές που θα αναπτύξει ο/η μαθητής/-τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να μην περιορίζει τις επιλογές του/της σε έργα που εστιάζουν στην εφαρμογή αλγορίθμων και μαθηματικών τύπων, αλλά να επιλέγει έργα που ανταποκρίνονται



στα ενδιαφέροντα ή/και τις εμπειρίες των μαθητών/-τριών, αντλούν προβληματισμούς από πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας, επιδέχονται διαφορετικές μεθόδους επίλυσης και απαιτούν τεκμηριωμένες επεξηγήσεις και παραδοχές. Γενικότερα, το ζητούμενο είναι έργα που εμπλέκουν τους/τις μαθητές/-τριες στην αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων, στη δημιουργία συνδέσεων και σε δράσεις διερεύνησης, πειραματισμού και αναστοχασμού.

Το μαθηματικό έργο μπορεί να είναι ένα παιχνίδι ή μια άσκηση ή ένα πρόβλημα ή ακόμα και μια ερώτηση που θα θέσει ο/η εκπαιδευτικός στην τάξη. Ωστόσο, η απλή εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε ένα μαθηματικό έργο (π.χ. επίλυση εξίσωσης) δεν είναι αρκετή για να θεωρηθεί ότι αναπτύσσουν μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα, η οποία τους προσφέρει την ευκαιρία να αναπτύξουν ποικιλία μαθηματικών και κοινωνικοπολιτισμικών πρακτικών που θα τους/τις οδηγήσουν στις μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών (όπως είναι η απόδειξη, η ισοδυναμία και οι μετασχηματισμοί), στην ανάπτυξη των αντίστοιχων μαθηματικών νοημάτων και, τελικά, αυθεντικής μαθηματικής σκέψης.

## Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Μια από τις βασικές επιδιώξεις του νέου ΠΣ των Μαθηματικών αποτελεί η αναβάθμιση της διαδικασίας της αξιολόγησης. Η αξιολόγηση διατρέχει όλη τη διδακτική διαδικασία, ελέγχει την πορεία επίτευξης των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων (ΠΜΑ) και ανατροφοδοτεί την πορεία μάθησης των μαθητών/-τριών σε ατομικό αλλά και σε συλλογικό επίπεδο. Δεν πρόκειται για «βαθμολογία», «μέτρηση», «συμπλήρωμα διδασκαλίας», αλλά για μια πολύπλοκη διαδικασία, πλήρως ενσωματωμένη στη διδασκαλία, που συνιστά μηχανισμό συνεχούς αποτίμησης και ανατροφοδότησης των δύο κεντρικών όψεων της εκπαιδευτικής πράξης, δηλαδή της μάθησης και της διδασκαλίας. Με αυτή την έννοια, η πρόταση που υιοθετείται από το ΠΣ είναι η διαμορφωτική προσέγγιση στη διαδικασία της αξιολόγησης και ειδικότερα της «αξιολόγησης για μάθηση».

Η σαφής οργάνωση των ΠΜΑ σε διακριτές ομάδες και η εξελικτική πορεία ανάπτυξής τους σε κάθε τάξη, από τάξη σε τάξη και από βαθμίδα σε βαθμίδα εκπαίδευσης επιτρέπει στον/στην εκπαιδευτικό, με την αξιοποίηση διαγνωστικών εργαλείων αξιολόγησης, να καταγράφει και να ενημερώνεται για το βαθμό κατάκτησης της μαθηματικής γνώσης από τους/τις μαθητές/-τριες στη διάρκεια του σχολικού έτους, να εντοπίζει τις δυσκολίες και τις ελλείψεις τους και να σχεδιάζει τον τρόπο στήριξης και ανατροφοδότησής τους.

Η αξιολόγηση του επιπέδου της μάθησης που έχουν επιτύχει οι μαθητές/-τριες πραγματοποιείται τόσο ανεπίσημα (άτυπα) κατά την εξέλιξη του μαθήματος μέσα στη σχολική τάξη όσο και επίσημα (τυπικά: τεστ, διαγωνίσματα, έργα, συνθετικές εργασίες). Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να προσαρμόζει την αξιολογική διαδικασία στις «ιδιαιτερότητες» και τις ανάγκες των μαθητών/-τριών της τάξης του/της, να διαμορφώνει ανάλογα το πώς και το τι προτίθεται να αξιολογήσει και να αξιοποιεί τα κατάλληλα εργαλεία αξιολόγησης.

## Β' Μέρος

## Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α' ΛΥΚΕΙΟΥ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
<b>ΑΛΓΕΒΡΑ</b>			
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΑΡΙΘΜΟΙ</b>	Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.10.1. Διακρίνουν τους ρητούς από τους άρρητους αριθμούς μέσα από τις διάφορες αναπαραστάσεις τους και ταξινομούν συγκεκριμένους αριθμούς στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (N, Z, Q, R-Q).	<ul style="list-style-type: none"> <li>Κατάταξη αριθμών στα διάφορα αριθμητικά σύνολα και αιτιολόγηση της απάντησης. Π.χ. οι περιοδικοί δεκαδικοί όπως ο 0,333... και ο 0,999... και οι άρρητοι 0,1010010001.....</li> </ul>
		Αρ.Π.10.2. Διερευνούν την έννοια της «πυκνότητας» και της «διαδοχικότητας» στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Κατάταξη στους ρητούς ή στους άρρητους του αθροίσματος δύο συγκεκριμένων ρητών αριθμών, δύο αρρήτων, ενός ρητού και ενός άρρητου (π.χ. <math>\sqrt{2}+2</math>, <math>(\sqrt{2}+2)+(\sqrt{2}-2)</math>) και γενίκευση των συμπερασμάτων.</li> </ul>
		Αρ.Π.10.3. Συμβολίζουν με διαστήματα τα υποσύνολα των πραγματικών αριθμών που προσδιορίζονται από ανισοτικές σχέσεις.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Εύρεση ρητού αριθμού μεταξύ δύο συγκεκριμένων θετικών ρητών, περιγραφή της μεθόδου και γενίκευση της για δύο τυχαίους θετικούς ρητούς.</li> </ul>
		Αρ.Π.10.4. Ορίζουν αλγεβρικά την απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού και τη συνδέουν με την απόσταση του αριθμού από το μηδέν. Ερμηνεύουν γεωμετρικά την απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο πραγματικών αριθμών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διερεύνηση της ιδιότητας της διαδοχικότητας ή μη στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών. Για παράδειγμα εξηγούν εάν έχουν ή δεν έχουν νόημα οι φράσεις: α) ο «επόμενος» ρητός του <math>1/3</math> και β) ο «επόμενος» ακέραιος του 200.</li> </ul>
		Αρ.Π.10.5. Αποδεικνύουν τις	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση της γεωμετρικής ερμηνείας της απόλυτης τιμής ενός αριθμού</li> </ul>

ΑΡΙΘΜΟΙ		<p>βασικές ιδιότητες της απόλυτης τιμής.</p> <p>Αρ.Π.10.6. Ορίζουν τη ν-οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού <math>\alpha</math> ως τη μοναδική μη αρνητική λύση της εξίσωσης <math>x^n = \alpha</math> και αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες (γινόμενο και πηλίκο ριζών).</p> <p>Αρ.Π.10.7. Ορίζουν δυνάμεις με ρητό εκθέτη και διερευνούν τις ιδιότητές τους.</p> <p>Αρ.Π.10.8. Χρησιμοποιούν τον ορισμό και τις ιδιότητες των ν-οστών ριζών και γενικότερα των δυνάμεων με ρητό εκθέτη στον υπολογισμό της τιμής αριθμητικών παραστάσεων.</p>	<p>και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών, καθώς και των βασικών ιδιοτήτων της απόλυτης τιμής (<math>0 \leq  \alpha ,  \alpha-\beta  =  \beta-\alpha ,  \alpha \cdot \beta  =  \alpha  \cdot  \beta ,  \alpha+\beta  \leq  \alpha  +  \beta ,  \alpha  \leq \varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon \leq \alpha \leq \varepsilon</math>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση των ιδιοτήτων των ριζών για την κατάταξη ενός αριθμού στους ρητούς ή στους άρρητους (π.χ. <math>\sqrt{8}, \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}</math>) και διερεύνηση για το είδος του αριθμού που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό δύο αρρήτων ή ενός ρητού και ενός άρρητου.</li> <li>Υπολογισμός αριθμητικών παραστάσεων στις οποίες ανακύπτει η αναγκαιότητα μετασχηματισμού τους μέσω ταυτοτήτων και ιδιοτήτων των ριζών.</li> </ul>
ΑΛΓΕΒΡΑ	Σύνολα.	<p>Αλ.Σν.10.1. Αναγνωρίζουν αν μια ιδιότητα ορίζει ένα σύνολο.</p> <p>Αλ.Σν.10.2. Αναπαριστούν τα σύνολα με διάφορους τρόπους (αναγραφή, περιγραφή στοιχείων, διάγραμμα Venn).</p> <p>Αλ.Σν.10.3. Εξετάζουν αν ένα αντικείμενο ανήκει ή όχι σε ένα σύνολο και δηλώνουν αυτή τη σχέση συμβολικά.</p> <p>Αλ.Σν.10.4. Αναγνωρίζουν και δηλώνουν σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων με χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων και λεκτικά με κατάλληλη χρήση των συνδέσμων «ή» και «και».</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αναγνώριση αν τα αντικείμενα μιας συλλογής είναι ή όχι «καλά ορισμένα» και «διακριτά» ώστε να αποτελούν σύνολο, όπως οι ψηλοί μαθητές της τάξης, οι μαθητές της τάξης με ύψος μεγαλύτερο από 170 cm, οι αριθμοί 1, 2, 3, τα γράμματα <math>\alpha, \beta, \gamma</math>.</li> <li>Χρήση διαγραμμάτων Venn και της αντίστοιχης απεικόνισης των πράξεων συνόλων, όπως το ακόλουθο <a href="https://www.geogebra.org/m/FpXjxyJJ">https://www.geogebra.org/m/FpXjxyJJ</a></li> </ul>

ΑΛΓΕΒΡΑ	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.10.1. Αποδεικνύουν τις ταυτότητες που σχετίζονται με τις παραστάσεις $(\alpha \pm \beta)^3$ και $\alpha^3 \pm \beta^3$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>Απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων που περιέχουν <math>n</math>-οστές ρίζες.</li> </ul>
		Αλ.Π.10.2. Χρησιμοποιούν τις ταυτότητες σε συνδυασμό με τις ιδιότητες των $n$ -οστών ριζών και γενικότερα των δυνάμεων με ρητό εκθέτη στο μετασχηματισμό αλγεβρικών παραστάσεων.	
Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.10.1. Επιλύουν απλές παραμετρικές εξισώσεις 1 <sup>ου</sup> βαθμού και ρεαλιστικά προβλήματα που ανάγονται σε εξισώσεις αυτής της μορφής.		<ul style="list-style-type: none"> <li>Μοντελοποίηση προβλημάτων με παραμετρικές εξισώσεις 1<sup>ου</sup> βαθμού, διερεύνηση των λύσεων και της ερμηνείας τους στο πλαίσιο του προβλήματος.</li> </ul>
	Αλ.Σχ.10.2. Διερευνούν τις ιδιότητες που συνδέουν τη διάταξη με τις πράξεις και αποδεικνύουν ανισοτικές σχέσεις.		<ul style="list-style-type: none"> <li>Απόδειξη απλών ανισοτικών σχέσεων. Π.χ. <math>\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta</math>, αν <math>\alpha &gt; 0</math>, τότε <math>\alpha + 1/\alpha \geq 2</math>, αν <math>2 &lt; \alpha &lt; 3</math> και <math>3 &lt; \beta &lt; 4</math> να βρεθεί μεταξύ το μικρότερο διάστημα στο οποίο βρίσκεται η παράσταση <math>\alpha + 3\beta</math>.</li> </ul>
	Αλ.Σχ.10.3. Επιλύουν αλγεβρικά και γεωμετρικά απλές εξισώσεις, ανισώσεις και προβλήματα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της απόλυτης τιμής.		<ul style="list-style-type: none"> <li>Αλγεβρική και γεωμετρική επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων της μορφής <math>\ x - \alpha\  = \beta</math>, <math>\ x - \alpha\  &lt; \beta</math>, <math>\beta &lt; \ x - \alpha\ </math>.</li> </ul>
	Αλ.Σχ.10.4. Επιλύουν εξισώσεις της μορφής $x^y = \alpha$ .		
	Αλ.Σχ.10.5. Επιλύουν αλγεβρικά εξισώσεις 2 <sup>ου</sup> βαθμού.		
	Αλ.Σχ.10.6. Επιλύουν εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 2 <sup>ου</sup> βαθμού.		<ul style="list-style-type: none"> <li>Επίλυση απλών εξισώσεων, όπως <math>x + 2\sqrt{x} - 3 = 0</math>, <math>x^4 - 5x^2 + 6 = 0</math>.</li> </ul>
	Αλ.Σχ.10.7. Χρησιμοποιούν εξισώσεις 2 <sup>ου</sup> βαθμού στη μοντελοποίηση		

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>και επίλυση προβλημάτων.</p> <p>Αλ.Σχ.10.8. Επιλύουν ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού αλγεβρικά και γραφικά.</p> <p>Αλ.Σχ.10.9. Χρησιμοποιούν ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού στη μοντελοποίηση και στην επίλυση προβλημάτων.</p> <p>Αλ.Σχ.10.10. Κατασκευάζουν δικά τους προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις ή/και ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μοντελοποίηση προβλημάτων που ανάγονται στο πρόσημο και στις ρίζες τριωνύμου και η επίλυσή τους διευκολύνεται γραφικά.</li> </ul>
	Συναρτήσεις.	<p>Αλ.Σρ.10.1. Αναγνωρίζουν συναρτήσεις μέσα από καταστάσεις συμμεταβολής της καθημερινής ζωής και τις διακρίνουν από άλλες σχέσεις συμμεταβολής.</p> <p>Αλ.Σρ.10.2. Χρησιμοποιούν τον ορισμό της συνάρτησης για να εξετάσουν αν μία σχέση ή αντιστοιχία είναι συνάρτηση ή όχι.</p> <p>Αλ.Σρ.10.3. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης.</p> <p>Αλ.Σρ.10.4. Ερμηνεύουν μία δεδομένη γραφική παράσταση συνάρτησης για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.</p> <p>Αλ.Σρ.10.5. Ερμηνεύουν το ρόλο των παραμέτρων <math>\alpha</math> και <math>\beta</math> στη γραφική παράσταση της συνάρτησης <math>f(x)=\alpha x+\beta</math>.</p> <p>Αλ.Σρ.10.6. Αντλούν από τη γραφική</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αντιστοίχιση καταστάσεων καθημερινής ζωής (π.χ. διαφορετικοί τρόποι μετακίνησης από το σπίτι στη δουλειά) με γραφικές παραστάσεις και αναγνώριση αυτών που είναι συναρτήσεις.</li> <li>Επίλυση προβλημάτων αλγεβρικά και γραφικά και σύνδεση των γραφικών και αλγεβρικών στοιχείων των συναρτήσεων.</li> <li>Χρήση της εξίσωσης ευθείας για τον εντοπισμό συνευθειακών σημείων .</li> </ul>

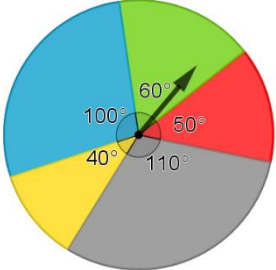
<p>ΑΛΓΕΒΡΑ</p>		<p>παράσταση μιας συνάρτησης της μορφής <math>f(x)=αχ+β</math> πληροφορίες για τη συνάρτηση, όπως η κλίση της και η εξίσωσή της.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μοντελοποίηση προβλημάτων που ανάγονται στη μεταβολή των προσήμων συνάρτησης της μορφής <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> και στις ρίζες της αντίστοιχης δευτεροβάθμιας εξίσωσης.</li> <li>Με τη βοήθεια συστήματος συντεταγμένων συνδέονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί δύο γωνιών μεταξύ <math>0^\circ</math> και <math>360^\circ</math> που διαφέρουν κατά <math>90^\circ</math>, <math>180^\circ</math> και <math>270^\circ</math> και έτσι υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών με αναγωγή τους σε τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών στο πρώτο τεταρτημόριο.</li> </ul>
<p>Αλ.Σρ.10.7. Αναγνωρίζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> και τις τετμημένες των σημείων τομής της με τον άξονα <math>x'x</math> ως τις ρίζες της εξίσωσης <math>ax^2 + bx + c = 0</math>.</p>			
<p>Αλ.Σρ.10.8. Προσδιορίζουν αλγεβρικά και ερμηνεύουν γραφικά το πρόσημο της συνάρτησης <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math></p>			
<p>Αλ.Σρ.10.9. Χρησιμοποιούν πολυωνυμικές συναρτήσεις <math>1^{\text{ου}}</math> και <math>2^{\text{ου}}</math> βαθμού στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.</p>			
<p>Αλ.Σρ.10.10. Ορίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας μεταξύ <math>0^\circ</math> και <math>360^\circ</math> με τη βοήθεια συστήματος συντεταγμένων.</p>			
<p>Αλ.Σρ.10.11. Αποδεικνύουν τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες <math display="block">\begin{cases} \epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\tau\eta x} \\ \sigma\phi x = \frac{\sigma\tau\eta x}{\eta\mu x} \end{cases}</math> και υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς</p>			

ΑΛΓΕΒΡΑ		αριθμούς μιας γωνίας μεταξύ $0^\circ$ και $360^\circ$ όταν ένας από αυτούς είναι γνωστός.	
<b>ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</b>			
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.10.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ ενός ποσοτικού και ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του πληθυσμού.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Συλλογή ποιοτικών και ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων.</li> <li>Περιγραφή των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις στάθμες ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω της κατασκευής πολλαπλών θηκογραμμάτων. Π.χ. Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων αγοριών και κοριτσιών αθλητών/-τριών στο αγώνισμα του μήκους;</li> </ul>
		Σ.Δ.10.2. Κατασκευάζουν πολλαπλά θηκογράμματα, υπολογίζοντας και οριακές τιμές, για να περιγράψουν τις τιμές ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.	
	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.	Σ.Μ.10.1. Περιγράφουν και προσδιορίζουν τη διασπορά και την τυπική απόκλιση ποσοτικών δεδομένων χρησιμοποιώντας τετραγωνικές και απόλυτες αποκλίσεις. Σ.Μ.10.2. Διερευνούν πώς επηρεάζεται η διασπορά και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος από την ύπαρξη απόμακρων τιμών. Σ.Μ.10.3. Περιγράφουν και προσδιορίζουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο, καθώς και τη διασπορά, την τυπική απόκλιση και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των τιμών ενός	<ul style="list-style-type: none"> <li>Υπολογισμός και ερμηνεία στατιστικών μέτρων θέσης και μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού στις στάθμες ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</li> <li>Διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο επηρεάζονται τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού, όταν υπάρχουν απόμακρες τιμές.</li> </ul> <p>Παράδειγμα 1: Για ένα σύνολο δεδομένων, οι μαθητές/-τριες υπολογίζουν τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας και στη συνέχεια, αφού αφαιρέσουν μια απόμακρη τιμή, επανυπολογίζουν τα μέτρα</p>

<p>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</p>	<p>ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p> <p>Σ.Μ.10.4. Περιγράφουν και προσδιορίζουν το συντελεστή μεταβλητότητας των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p> <p>Σ.Μ.10.5. Αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα του συντελεστή μεταβλητότητας στη σύγκριση μεταβλητότητας ποσοτικών δεδομένων διαφορετικών μονάδων μέτρησης.</p> <p>Σ.Μ.10.6. Επιλέγουν κατάλληλα μέτρα θέσης και μέτρα μεταβλητότητας ποσοτικών δεδομένων ανάλογα με την ύπαρξη απόμακρων τιμών.</p>	<p>θέσης και μεταβλητότητας του νέου, πλέον, συνόλου δεδομένων, συγκρίνουν τα αποτελέσματα, καταγράφουν τις παρατηρήσεις τους και τα παρουσιάζουν στην ολομέλεια του τμήματός τους.</p> <p>Παράδειγμα 2: Σε δύο διαφορετικά τμήματα του σχολείου που διδάσκεται το ίδιο μάθημα, π.χ. Άλγεβρα, οι βαθμοί του ίδιου διαγωνίσματος έχουν μέση τιμή 16 και στα δύο τμήματα, ενώ οι τυπικές αποκλίσεις των βαθμών στα δύο τμήματα είναι 1,8 και 4,8, αντίστοιχα. Οι μαθητές/-τριες ερωτώνται ποιο από τα δύο τμήματα παρουσιάζει περισσότερη ομοιογένεια στους βαθμούς του, δικαιολογώντας την απάντησή τους.</p>
<p>Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.</p>	<p>Σ.Ε.10.1. Με τη βοήθεια των θηκογραμμάτων κάνουν συγκρίσεις και εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας που έχουν οι τιμές του ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Στους/Στις μαθητές/-τριες δίνονται έτοιμα (πολλαπλά) θηκογράμματα των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού για κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού (π.χ. θηκογράμματα των τιμών των επιδόσεων των εφήβων αγοριών και κοριτσιών στο αγώνισμα του μήκους). Με τη βοήθεια αυτών, συγκρίνουν τα διαγράμματα σχετικά με τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας των τιμών</li> </ul>



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		Σ.Ε.10.2. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι ένα ποσοτικό και ένα κατηγορικό χαρακτηριστικό δε διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.	του ποσοτικού χαρακτηριστικού σε κάθε στάθμη του κατηγορικού χαρακτηριστικού, εξάγουν συμπεράσματα και τα παρουσιάζουν στην ολομέλεια του τμήματος.
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	<p>Π.Π.10.1. Περιγράφουν πειράματα τύχης και αναγνωρίζουν τη χρησιμότητα των πιθανοθεωρητικών μοντέλων για τη μελέτη πολύπλοκων φαινομένων.</p> <p>Π.Π.10.2. Μεταγράφουν ενδεχόμενα και σχέσεις ενδεχομένων που είναι διατυπωμένες σε φυσική γλώσσα, στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα.</p> <p>Π.Π.10.3. Περιγράφουν πειράματα τύχης και με μη ισοπίθانا απλά ενδεχόμενα.</p> <p>Π.Π.10.4. Διατυπώνουν υποθέσεις για τους κανόνες που αναμένεται να ισχύουν στο λογισμό των πιθανοτήτων.</p> <p>Π.Π.10.5. Διατυπώνουν τον γενικό (αξιωματικό) ορισμό πιθανότητας για έναν πεπερασμένο δειγματικό χώρο.</p> <p>Π.Π.10.6. Αναγνωρίζουν διαφορές και συνδέσεις μεταξύ γενικού και κλασικού ορισμού πιθανότητας.</p> <p>Π.Π.10.7. Αποδεικνύουν τους</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Περιγραφή πειραμάτων τύχης με ισοπίθانا ενδεχόμενα και υπολογισμός των αντίστοιχων πιθανοτήτων.</li> <li>Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση των κανόνων λογισμού πιθανοτήτων.</li> </ul> <p>Παράδειγμα 1: Ρίχνουμε δύο ζάρια και καταγράφουμε το άθροισμα των ενδείξεών τους. Ποιο άθροισμα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης;</p> <p>Παράδειγμα 2: Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας δίσκος, χωρισμένος σε χρωματισμένους κυκλικούς τομείς. Ο δίσκος χρησιμεύει σε ένα παιχνίδι με τους εξής κανόνες: Κάθε παίκτης/-κτρια επιλέγει ένα χρώμα και ένας/μία από όλους περιστρέφει το βέλος με δύναμη. Το βέλος σταματάει την περιστροφή του. Νικητής είναι ο/η παίκτης/-κτρια που είχε επιλέξει το χρώμα του τομέα που σταμάτησε το βέλος. Αν το βέλος σταματήσει μεταξύ δύο τομέων, τότε θεωρούμε ότι βρίσκεται στον τομέα που είναι το μεγαλύτερο μέρος του. Αν σταματήσει έτσι ώστε να μην είναι φανερό σε ποιον τομέα βρίσκεται το μεγαλύτερο μέρος του, η περιστροφή του βέλους επαναλαμβάνεται. Προσπαθήστε να μοντελοποιήσετε το πείραμα</p>

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ		κανόνες λογισμού πιθανοτήτων στο πλαίσιο του αξιωματικού ορισμού πιθανότητας.	τύχης που περιγράφεται παραπάνω, ορίζοντας κατάλληλο δειγματοχώρο και στην συνέχεια βρείτε την πιθανότητα να κερδίσει κάθε παίκτης/-κτρια, σε σχέση με το χρώμα που επέλεξε.
		Π.Π.10.8. Λύνουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τους κανόνες λογισμού πιθανοτήτων.	 <p>Παράδειγμα 3: Οι μαθητές/-τριες πειραματίζονται με έναν κύβο ο οποίος έχει τρεις κόκκινες, δύο κίτρινες και μία πράσινη έδρα. Μπορούμε π.χ. να βάψουμε κόκκινες τις έδρες ενός ζαριού με ένδειξη 1-3, κίτρινες τις έδρες με ένδειξη 4-5 και πράσινη την έδρα με ένδειξη 6. Οι μαθητές/-τριες μπορούν να περιγράψουν το παραπάνω πείραμα σε έναν απλούστερο δειγματικό χώρο με 9 εκβάσεις (το καρτεσιανό γινόμενο του συνόλου {κόκκινο, κίτρινο, πράσινο} με τον εαυτό του), να αποδώσουν πιθανότητα σε αυτές τις εκβάσεις και να υπολογίσουν π.χ. την πιθανότητα τουλάχιστον μία έδρα να είναι κόκκινη χρησιμοποιώντας λογισμό πιθανοτήτων και όχι απαρίθμηση.</p> <p>Παράδειγμα 4: Η πιθανότητα να πάει μια οικογένεια για διακοπές στην Κύπρο είναι 0,2, να πάει στην Ελλάδα είναι 0,3 και η πιθανότητα να πάει τουλάχιστον σε μία από τις δύο χώρες είναι 0,4. Να βρείτε την πιθανότητα η οικογένεια: α) να πάει και στις δύο χώρες, β) να πάει μόνο στην Ελλάδα.</p>

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α' ΛΥΚΕΙΟΥ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
<b>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>			
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.10.1. Αναγνωρίζουν τη σημασία του 5 <sup>ου</sup> Ευκλείδειου Αιτήματος στην εξέλιξη της Γεωμετρίας.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ευθείες στην Ευκλείδεια και στη σφαιρική γεωμετρία και διαφορές όσον αφορά στην παραλληλία ευθειών στις δύο γεωμετρίες (<a href="http://users.sch.gr/anitus/07_kainotomes_draseis/project_smt/photos/SMT_project_spherical_geometry_st_work.pdf">http://users.sch.gr/anitus/07_kainotomes_draseis/project_smt/photos/SMT_project_spherical_geometry_st_work.pdf</a>).</li> <li>• Σχέση γωνιών που ορίζονται από στοιχεία τριγώνου με τις γωνίες του τριγώνου, όπως γωνία δύο διχοτόμων, γωνία ύψους και διχοτόμου κ.λπ.</li> <li>• Συσχέτιση των γωνιών που προκύπτουν κατά την ανάλυση δυνάμεων στη Φυσική, όπως π.χ. στο κεκλιμένο επίπεδο.</li> <li>• Μέθοδος του Ερατοσθένη για τον υπολογισμό της περιμέτρου της Γης.</li> </ul>
		Γ.Ε.10.2. Αποδεικνύουν τις σχέσεις γωνιών που σχηματίζουν παράλληλες ευθείες όταν τέμνονται από τρίτη και διατυπώνουν τους αντίστροφους ισχυρισμούς και τους αναγνωρίζουν ως κριτήρια παραλληλίας.	
		Γ.Ε.10.3. Αποδεικνύουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι ίσο με μία ευθεία γωνία.	
		Γ.Ε.10.4. Αναγνωρίζουν γωνίες με πλευρές κάθετες ή παράλληλες, διερευνούν και αποδεικνύουν τις μεταξύ τους σχέσεις.	
		Γ.Ε.10.5. Σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα από σημείο εκτός ευθείας, ευθεία παράλληλη προς αυτήν και αιτιολογούν τη διαδικασία.	
		Γ.Ε.10.6. Χρησιμοποιούν ιδιότητες των παράλληλων ευθειών για την επίλυση μαθηματικών και πραγματικών προβλημάτων.	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γ.Ε.10.7. Ανακαλύπτουν και αποδεικνύουν τον τύπο για το άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου.	
	Γ.Ε.10.8. Ελέγχουν πότε σχέσεις μεταξύ βασικών στοιχείων τριγώνων και ορθογώνιων τριγώνων αποτελούν κριτήριο ισότητας αυτών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση της ισότητας τριγώνων στον υπολογισμό αποστάσεων σημείων που δεν είναι δυνατή η άμεση πρόσβαση, όπως, π.χ., η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που είναι στις όχθες μιας λίμνης.</li> <li>Τριχοτόμηση ορθής γωνίας με κανόνα και διαβήτη.</li> </ul>
	Γ.Ε.10.9. Κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη τρίγωνα με δεδομένα βασικά τους στοιχεία (γωνίες, πλευρές).	
	Γ.Ε.10.10. Αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν κριτήρια που καθορίζουν ότι ένα τρίγωνο να είναι ισοσκελές.	
	Γ.Ε.10.11. Χρησιμοποιούν ιδιότητες των ίσων τριγώνων στην επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων.	
	Γ.Ε.10.12. Αναγνωρίζουν τη διχοτόμο γωνίας και τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος ως γεωμετρικούς τόπους σημείων και αποδεικνύουν τις ιδιότητες τους.	
	Γ.Ε.10.13. Κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη τη διχοτόμο γωνίας και τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος και αιτιολογούν τη διαδικασία.	
Γ.Ε.10.14. Βρίσκουν απλούς γεωμετρικούς		

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	<p>τόπους εξηγώντας το συλλογισμό τους.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Διερεύνηση σχετικών θέσεων δύο κύκλων.</li> </ul>	
	<p>Γ.Ε.10.15. Διερευνούν και αποδεικνύουν βασικές ανισοτικές σχέσεις στοιχείων τριγώνου (τριγωνική ανισότητα και σύνδεση σχέσης πλευρών με σχέση αντίστοιχων γωνιών).</p>		
	<p>Γ.Ε.10.16. Αποδεικνύουν ότι, σε ίσους κύκλους, ίσα τόξα ορίζουν ίσες χορδές και ίσα αντίστοιχα σε αυτές αποστήματα. Διατυπώνουν και ελέγχουν τους αντίστροφους ισχυρισμούς.</p>		
	<p>Γ.Ε.10.17. Κατασκευάζουν εφαπτομένη κύκλου σε σημείο του με κανόνα και διαβήτη.</p>		
	<p>Γ.Ε.10.18. Διερευνούν και αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες του παραλληλογράμμου και των ειδικών παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τραπέζιο) και διακρίνουν αυτές που τα χαρακτηρίζουν.</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σχεδίαση παραλληλογράμμου ή ειδικών παραλληλογράμμων που διατηρούν αναλλοίωτες τις ιδιότητές τους μετά από δυναμική μεταβολή στοιχείων τους σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας.</li> <li>• Διερεύνηση συνθηκών ώστε δύο παραλληλόγραμμα να είναι ίσα και τεκμηρίωση των συμπερασμάτων με απόδειξη ή με αντιπαράδειγμα. Π.χ. δύο ορθογώνια με ίσες διαγωνίους είναι ίσα;</li> </ul>
	<p>Γ.Ε.10.19. Αποδεικνύουν ιδιότητες που αφορούν το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο συνδέει μέσα πλευρών τριγώνου.</p>		
<p>Γ.Ε.10.20. Προσδιορίζουν και αποδεικνύουν τις σχέσεις που συνδέουν την υποτεινούσα ορθογωνίου τριγώνου αφενός με τη διάμεσο που αντιστοιχεί σε αυτήν και αφετέρου με την κάθετη πλευρά</p>			

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		που είναι απέναντι από γωνία 30 μοιρών. Διαπιστώνουν ότι οι ιδιότητες αυτές χαρακτηρίζουν τα ορθογώνια τρίγωνα.	
		Γ.Ε.10.21. Αποδεικνύουν ότι οι μεσοκάθετοι των πλευρών ενός τριγώνου και οι διχοτόμοι των γωνιών του συντρέχουν αντιστοίχως σε σημεία που αποτελούν κέντρα χαρακτηριστικών κύκλων του.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αναγνώριση και αξιοποίηση των ιδιοτήτων των κέντρων τριγώνου.</li> </ul>
		Γ.Ε.10.22. Διαπιστώνουν ότι τα ύψη του και οι διάμεσοί ενός τριγώνου συντρέχουν αντιστοίχως.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ερμηνεία της φυσικής σημασίας του κέντρου βάρους τριγώνου.</li> </ul>
		Γ.Ε.10.23. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα αξιοποιώντας τα κέντρα τριγώνου.	
		Γ.Ε.10.24. Αναγνωρίζουν το τραπέζιο ως το τετράπλευρο με μόνο δύο πλευρές παράλληλες και το ισοσκελές τραπέζιο και αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητές τους.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ταξινομήσεις τετραπλεύρων με εννοιολογικούς χάρτες και διαγράμματα Venn.</li> <li>Διερεύνηση των γεωμετρικών σχημάτων που προκύπτουν από τμήματα με άκρα στις απέναντι πλευρές τετραγώνου και είναι κάθετα μεταξύ τους.</li> </ul>
		Γ.Ε.10.25. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων και τραπεζιών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διερεύνηση ιδιοτήτων τετραπλεύρων με κάθετες διαγωνίους που δεν είναι παραλληλόγραμμα ή τραπέζια (π.χ., τετράπλευρος χαρταετός).</li> </ul>
	Γεωμετρία του χώρου.	Γ.Χ.10.1. Σχεδιάζουν ευθείες και επίπεδα στον χώρο.	
	Γ.Χ.10.2. Διερευνούν τις σχετικές θέσεις ευθειών και επιπέδων στο χώρο, καθώς και ευθείας και επιπέδου.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Προσδιορισμός σχετικών θέσεων ευθειών και επιπέδων σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.</li> </ul>	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		Γ.Χ.10.3. Αναγνωρίζουν τις διέδρες γωνίες.	
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	Μέτρο γωνιών.	Μ.Γ.10.1. Ορίζουν το μέτρο διέδρης γωνίας.	
<b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ</b>			
<b>Θεματικό Πεδίο</b>	<b>Θεματικές Ενότητες</b>	<b>Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα</b>	<b>Ενδεικτικές Δραστηριότητες</b>
<b>ΑΛΓΕΒΡΑ</b>			
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΑΛΓΕΒΡΑ</b>	Κανονικότητα.	Αλ.Κ.11.1. Αναγνωρίζουν μια ακολουθία ως συνάρτηση από τους φυσικούς στους πραγματικούς αριθμούς, υπολογίζουν τους όρους της όταν δίνεται ο γενικός τύπος της και την αναπαριστούν γραφικά.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ανάδειξη της έννοιας της ακολουθίας ως ειδικής περίπτωσης συνάρτησης με Π.Ο. το σύνολο των φυσικών αριθμών (ή κάποιο υποσύνολό του) με τη βοήθεια κατάλληλων προβλημάτων.</li> <li>• Εύρεση όρων ακολουθίας όταν δίνεται ο τύπος της σε απλή ή αναδρομική μορφή, αναπαράστασή της στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και διάκριση αυτής από τις αναπαραστάσεις συναρτήσεων με πεδίο ορισμού διάστημα ή ένωση διαστημάτων.</li> <li>• Προβλήματα που μοντελοποιούνται από αριθμητικές ή γεωμετρικές προόδους και χρήση των τύπων για τον ν-οστό όρο και τα αθροίσματα των ν πρώτων όρων για την επίλυση τους.</li> </ul>
		Αλ.Κ.11.2. Αναγνωρίζουν ακολουθίες με σταθερή διαφορά διαδοχικών όρων και ορίζουν την αριθμητική πρόοδο.	
		Αλ.Κ.11.3. Αποδεικνύουν τους τύπους του ν-οστού όρου και του αθροίσματος των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου.	
		Αλ.Κ.11.4. Αξιοποιούν την αριθμητική πρόοδο στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
		Αλ.Κ.11.5. Αναγνωρίζουν ακολουθίες με σταθερό λόγο διαδοχικών όρων και ορίζουν τη γεωμετρική πρόοδο.	

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Κ.11.6. Αποδεικνύουν τον τύπο του $n$ -οστού όρου μιας γεωμετρικής προόδου και υπολογίζουν το άθροισμα των $n$ πρώτων όρων της.	
	Συνάρτηση.	Αλ.Κ.11.7. Αξιοποιούν τη γεωμετρική πρόοδο στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
		Αλ.Σρ.11.1. Ορίζουν και εφαρμόζουν τις πράξεις των πολυωνυμικών συναρτήσεων (πρόσθεση, πολλαπλασιασμό και ευκλείδεια διαίρεση).	
		Αλ.Σρ.11.2. Ορίζουν τις ιδιότητες (μονοτονία, ακρότατα, συμμετρίες και τις μετατοπίσεις γραφικών παραστάσεων) και τις αναγνωρίζουν στις γραφικές παραστάσεις απλών πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων.	
		Αλ.Σρ.11.3. Αντλούν πληροφορίες για ιδιότητες πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων από τις γραφικές παραστάσεις τους.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Χρήση των γραφικών παραστάσεων πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων και εξαγωγή συμπερασμάτων για τις ιδιότητές τους (μονοτονία, ρίζες, πρόσημο κ.λπ).</li> </ul>
		Αλ.Σρ.11.4. Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης χρησιμοποιώντας πολυωνυμικές και ρητές συναρτήσεις.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων με πολυωνυμικές και ρητές συναρτήσεις και επίλυση προβλημάτων με αξιοποίηση των χαρακτηριστικών της γραφικής παράστασής τους μέσω ψηφιακής τεχνολογίας</li> </ul>
		Αλ.Σρ.11.5. Ορίζουν το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης τόξων και γωνιών και συνδέουν ακτίνια και μοίρες.	
		Αλ.Σρ.11.6. Ορίζουν τον τριγωνομετρικό κύκλο και με τη βοήθεια του ορίζουν	<ul style="list-style-type: none"> <li>Οπτικοποίηση του ορισμού του ακτινίου ως μονάδας μέτρησης τόξων - γωνιών και απεικόνιση των</li> </ul>



ΑΛΓΕΒΡΑ		τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις.	πραγματικών αριθμών στον τριγωνομετρικό κύκλο με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού.  • Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών διαφόρων τόξων με αναγωγή στο 1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου.	
		Αλ.Σρ.11.7. Συνδέουν με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ενός πραγματικού αριθμού με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ενός αριθμού $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .		
		Αλ.Σρ.11.8. Διερευνούν τις ιδιότητες των τριγωνομετρικών συναρτήσεων (μονοτονία, ακρότατα, συμμετρίες, περιοδικότητα και μετατοπίσεις γραφικών παραστάσεων) με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και σχεδιάζουν τις γραφικές τους παραστάσεις.		• Μελέτη περιοδικών φαινομένων, αναγνώριση των τριγωνομετρικών συναρτήσεων οι οποίες τα μοντελοποιούν και εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν στο φαινόμενο. Π.χ. <a href="http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5165">http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5165</a> .
		Αλ.Σρ.11.9. Μοντελοποιούν περιοδικά φαινόμενα με χρήση τριγωνομετρικών συναρτήσεων.		
Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.11.1. Επιλύουν αλγεβρικά και ερμηνεύουν γραφικά τις λύσεις πολυωνυμικών και ρητών εξισώσεων.	• Αξιοποίηση της διαίρεσης πολυωνύμων στην επίλυση πολυωνυμικών και ρητών εξισώσεων και ανισώσεων.		
	Αλ.Σχ.11.2. Επιλύουν αλγεβρικά και ερμηνεύουν γραφικά τις λύσεις πολυωνυμικών και ρητών ανισώσεων.	• Μελέτη διαφόρων φαινομένων και καταστάσεων με τη χρήση πολυωνυμικών και ρητών εξισώσεων και ανισώσεων.		
	Αλ.Σχ.11.3. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια	• Επίλυση απλών εξισώσεων με ριζικά δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στους		

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>πολυωνυμικών και ρητών εξισώσεων.</p> <p>Αλ.Σχ.11.4. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια πολυωνυμικών και ρητών ανισώσεων.</p> <p>Αλ.Σχ.11.5. Υπολογίζουν προσεγγιστικά ρίζες πολυωνυμικών συναρτήσεων μέσω οπτικοποίησης του θεωρήματος Bolzano και χρήσης ψηφιακών εργαλείων.</p> <p>Αλ.Σχ.11.6. Επιλύουν εξισώσεις με ριζικά.</p> <p>Αλ.Σχ.11.7. Επιλύουν αλγεβρικά μη γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και ερμηνεύουν γραφικά τις λύσεις.</p> <p>Αλ.Σχ.11.8. Χρησιμοποιούν συστήματα εξισώσεων για τη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων. Ερμηνεύουν τις λύσεις τους στο πλαίσιο του προβλήματος και αιτιολογούν την άποψή τους.</p> <p>Αλ.Σχ.11.9. Κατασκευάζουν δικά τους προβλήματα που επιλύονται με σύστημα εξισώσεων.</p> <p>Αλ.Σχ.11.10. Επιλύουν τριγωνομετρικές εξισώσεις της μορφής <math>\eta\mu x = \alpha</math>, <math>\sigma\upsilon\nu x = \alpha</math>, <math>\epsilon\phi x = \alpha</math> και <math>\sigma\phi x = \alpha</math>, με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και των αξόνων εφαπτομένης και συνεφαπτομένης και εκφράζουν τις</p>	<p>περιορισμούς που προκύπτουν.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Έργα τα οποία μοντελοποιούν φαινόμενα και καταστάσεις που επιλύονται με συστήματα αλγεβρικά ή/και γεωμετρικά.</li> </ul> <p>• Επίλυση τριγωνομετρικών εξισώσεων και ανισώσεων με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και της ψηφιακής τεχνολογίας. Π.χ. <a href="http://photodentro.edu.gr/vi/tem/ds/8521/5141">http://photodentro.edu.gr/vi/tem/ds/8521/5141</a>.</p>
---------	--	--	---

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>λύσεις τους συμβολικά.</p> <p>Αλ.Σχ.11.11. Επιλύουν τριγωνομετρικές ανισώσεις της μορφής <math>\eta\mu x &gt; \alpha</math>, <math>\sigma\upsilon\nu x &gt; \alpha</math>, <math>\epsilon\phi x &gt; \alpha</math>, και <math>\sigma\phi x &gt; \alpha</math> (ή με «&lt;») με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου και των αξόνων εφαπτομένης και συνεφαπτομένης και εκφράζουν τις λύσεις τους συμβολικά.</p>	
<b>ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</b>			
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	<p>Σ.Δ.11.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο κατηγορικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Δ.11.2. Κατασκευάζουν πίνακες συνάφειας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων διπλής εισόδου και ερμηνεύουν τις τελευταίες ως πιθανότητες τομής δύο ενδεχομένων.</p> <p>Σ.Δ.11.3. Από τον πίνακα συνάφειας συχνοτήτων διπλής εισόδου υπολογίζουν τις περιθώριες συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες.</p> <p>Σ.Δ.11.4. Υπολογίζουν τις σχετικές συχνότητες για κάθε πιθανή στάθμη ενός κατηγορικού δεσμεύοντας κάθε φορά ως προς μία στάθμη του άλλου κατηγορικού χαρακτηριστικού και τις ερμηνεύουν ως δεσμευμένες πιθανότητες.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Συλλογή ποιοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων.</li> <li>• Περιγραφή των τιμών ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού σε σχέση με τις τιμές ενός άλλου ποιοτικού χαρακτηριστικού του υπό μελέτη πληθυσμού, οργανώνοντας και παρουσιάζοντας συνοπτικά τα δεδομένα σε κατάλληλους πίνακες συνάφειας και στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων ή ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Οι μαθητές/-τριες του τμήματος χωρίζονται σε ολιγομελείς ομάδες, θέτουν ερωτήματα, όπως «ποιο είναι το αγαπημένο άθλημα των εφήβων αγοριών και κοριτσιών;» ή «ποια ομάδα προσανατολισμού σπουδών επέλεξαν οι μαθητές και οι μαθήτριες του σχολείου σας;» και με τη χρήση κατάλληλων πινάκων συνάφειας και διαγραμμάτων συζητούν πρώτα στην ομάδα τους και μετά στην ολομέλεια σχετικά με την ύπαρξη ή μη συσχέτισης μεταξύ του φύλου</p>

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		Σ.Δ.11.5. Κατασκευάζουν στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων.	και του αγαπημένου αθλήματος ή της ομάδας προσανατολισμού σπουδών που επέλεξαν.
	Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.	Σ.Ε.11.1. Από δοσμένα στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την εξάρτηση των δύο κατηγορικών μεταβλητών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Οι μαθητές/-τριες μέσα από δοσμένα στοιβαγμένα ραβδογράμματα συχνοτήτων και ομαδοποιημένα ραβδογράμματα σχετικών συχνοτήτων συγκρίνουν τα μήκη των ράβδων που αντιστοιχούν στις στάθμες του ενός κατηγορικού χαρακτηριστικού μέσα στην κάθε στάθμη του άλλου κατηγορικού χαρακτηριστικού, προκειμένου να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με την εξάρτηση των δύο κατηγορικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Έρευνες έδειξαν ότι τα μικρά παιδιά που κοιμούνται με αναμμένο το φως είναι πολύ πιθανότερο να εμφανίσουν μυωπία αργότερα. Μπορείτε να συμπεράνετε αν ο ύπνος με αναμμένο φως προκαλεί μυωπία;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Το παράδοξο του Simpson μπορεί να παρουσιάσει στους/στις μαθητές/-τριες τι είδους προβλήματα προκύπτουν από το συνδυασμό δεδομένων από διάφορες ομάδες.</li> </ul>
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	Π.Π.11.1. Εξηγούν τους τρόπους υπολογισμού διατάξεων με και χωρίς επαναλήψεις, μεταθέσεων και συνδυασμών.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Υπολογισμός του πλήθους των στοιχείων ενδεχομένων με τη χρήση των αρχών απαρίθμησης.</li> <li>• Επίλυση απλών πραγματικών προβλημάτων χρησιμοποιώντας τις διατάξεις με και χωρίς</li> </ul>
		Π.Π.11.2. Υπολογίζουν το πλήθος των στοιχείων ενδεχομένων με	

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ		<p>χρήση αρχών απαρίθμησης.</p> <p>Π.Π.11.3. Επιλέγουν το κατάλληλο πλαίσιο συνδυαστικών μεθόδων σε κάθε πρόβλημα.</p> <p>Π.Π.11.4. Χρησιμοποιούν τις διατάξεις με και χωρίς επαναλήψεις, μεταθέσεις και συνδυασμούς στη μοντελοποίηση και την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p>επαναλήψεις, μεταθέσεις και συνδυασμούς.</p> <p>Παράδειγμα: Τι από τα παρακάτω είναι πιθανότερο;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– να κερδίσετε στο τζόκερ έχοντας συμπληρώσει μία στήλη ή</li> <li>– να καλέσετε στο τηλέφωνο έναν φίλο ή μία φίλη σας, γνωρίζοντας μόνο ότι ο κωδικός περιοχής του/της είναι 210 και επιλέγοντας τα υπόλοιπα επτά ψηφία στην τύχη.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Δέκα μαθητές/-τριες θα παραταχθούν σε ευθεία γραμμή. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η παράταξη των μαθητών/-τριών; Με πόσους τρόπους μπορούν δύο συγκεκριμένοι/-νες μαθητές/-τριες να παραταχθούν σε συνεχόμενες θέσεις; Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου δύο συγκεκριμένοι/-ες μαθητές/-τριες να παραταχθούν σε συνεχόμενες θέσεις.</p> <p>Παράδειγμα: Τρεις ορειβάτες/-τριες θα καταλύσουν στα πέντε ξενοδοχεία του χωριού Αρίστη στον νομό Ιωαννίνων. Με πόσους τρόπους μπορούν να φιλοξενηθούν στα πέντε ξενοδοχεία; Με πόσους τρόπους μπορούν να φιλοξενηθούν, αν πρέπει να φιλοξενηθούν σε διαφορετικά ξενοδοχεία; Να βρείτε την πιθανότητα οι ορειβάτες/-τριες να φιλοξενηθούν σε διαφορετικά ξενοδοχεία.</p> <p>Παράδειγμα: Η εταιρεία «Senior Model» θα προσλάβει 4 υπαλλήλους. Έκαναν αίτηση 5 άνδρες και 7 γυναίκες. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:</p>
-------------	--	---	---

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ			<ul style="list-style-type: none"> <li>- να προσληφθούν 2 άνδρες και δύο γυναίκες,</li> <li>- να προσληφθούν τουλάχιστον 3 γυναίκες,</li> <li>- να προσληφθεί η κ. Ιφιγένεια που έκανε αίτηση</li> </ul>
		<p>Π.Π.11.5. Αναγνωρίζουν ότι πολλές διαδικασίες της καθημερινότητας περιγράφονται από την κανονική κατανομή.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Επίλυση προβλημάτων αξιοποιώντας τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Οι πόρτες που κατασκευάζει μια εταιρεία είναι τυποποιημένες με ύψος 183 cm. Θεωρούμε ότι τα ύψη των ενηλίκων στην Ελλάδα ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 171 cm και τυπική απόκλιση 6 cm. Παίρνουμε ένα πολύ μεγάλο δείγμα ενηλίκων στην Ελλάδα. Να εκτιμήσετε το ποσοστό των ενηλίκων του δείγματος που είναι ψηλότεροι/-ες από την πόρτα. Να βρείτε ποιο πρέπει να είναι το ύψος της πόρτας, ώστε, αν επιλέξουμε τυχαία έναν/μία ενήλικα/-η στην Ελλάδα, η πιθανότητα να είναι ψηλότερος/-η από την πόρτα να είναι περίπου 0,15%.</p>
		<p>Π.Π.11.6. Εφαρμόζουν τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής για την επίλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου.</p>	
Συσχέτιση.	Π.Σ.11.1. Ορίζουν τη δεσμευμένη πιθανότητα ενός ενδεχομένου, δεδομένου ενός άλλου.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Επιλύουν απλά προβλήματα, υπολογίζοντας τη δεσμευμένη πιθανότητα ενός ενδεχομένου, δεδομένου ενός άλλου.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Σε ένα τραπέζι κάθονται τρεις άνδρες και πέντε γυναίκες. Δύο από τις γυναίκες είναι αριστερόχειρες και ένας άνδρας είναι αριστερόχειρας. Επιλέγουμε ένα άτομο από τα οκτώ, τυχαία και ορίζουμε το ενδεχόμενο <math>E = \{\text{το άτομο είναι αριστερόχειρας}\}</math>. Να βρείτε την πιθανότητα <math>P(E)</math> και στη συνέχεια να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου <math>E</math>, δεδομένου ότι το άτομο που έχει επιλεγεί είναι άνδρας.</p>	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
<b>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>			
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.11.1. Διερευνούν και αποδεικνύουν τη σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διερεύνηση της σχέσης εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας κύκλου με αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας και εξαγωγή και απόδειξη συμπερασμάτων.</li> </ul>
		Γ.Ε.11.2. Διερευνούν τον γεωμετρικό τόπο των σημείων που βλέπουν υπό συγκεκριμένη γωνία σταθερό ευθύγραμμο τμήμα και αποδεικνύουν την περίπτωση που η γωνία είναι ορθή.	
		Γ.Ε.11.3. Αναγνωρίζουν τα κριτήρια εγγραφής τετραπλεύρου σε κύκλο.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Προσδιορισμός των παραλληλογράμμων και των τραπεζίων που είναι εγγράψιμα σε κύκλο.</li> </ul>
		Γ.Ε.11.4. Ορίζουν το λόγο δύο ευθύγραμμων τμημάτων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Υπολογισμός αποστάσεων μέσω χαρτών.</li> </ul>
		Γ.Ε.11.5. Διαιρούν ευθύγραμμο τμήμα σε $n$ ίσα μέρη.	
		Γ.Ε.11.6. Διατυπώνουν το Θεώρημα Θαλή και το αντίστροφό του και τα αξιοποιούν στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.	
		Γ.Ε.11.7. Ορίζουν τα όμοια τρίγωνα και πολύγωνα και διερευνούν τα κριτήρια ομοιότητας των τριγώνων.	
		Γ.Ε.11.8. Χρησιμοποιούν την ομοιότητα τριγώνων για να επιλύσουν μαθηματικά και	
			<ul style="list-style-type: none"> <li>Υπολογισμός φυσικών μεγεθών (π.χ. ύψος σχολικού κτιρίου).</li> </ul>

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		<p>ρεαλιστικά προβλήματα.</p> <p>Γ.Ε.11.9. Αποδεικνύουν τις μετρικές σχέσεις σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Διατυπώνουν το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος και το αναγνωρίζουν ως κριτήριο καθετότητας.</p> <p>Γ.Ε.11.10. Χρησιμοποιούν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του για την επίλυση μαθηματικών και ρεαλιστικών προβλημάτων.</p> <p>Γ.Ε.11.11. Διατυπώνουν τη γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος σε τυχαίο τρίγωνο και την εφαρμόζουν στον προσδιορισμό του είδους των γωνιών τριγώνου.</p> <p>Γ.Ε.11.12. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα αξιοποιώντας τους γνωστούς τύπους εμβαδών σχημάτων, καθώς και τον τύπο του Ήρωνα για το εμβαδόν τριγώνου.</p> <p>Γ.Ε.11.13. Διερευνούν τις ιδιότητες κανονικών πολυγώνων και κατασκευάζουν με κανόνα και διαβήτη ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο και κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένα σε κύκλο.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μελέτη διαφορετικών αποδείξεων του Πυθαγορείου Θεωρήματος.</li> </ul>
	Τριγωνομετρία.	Γ.Τ.11.1. Αξιοποιώντας τη	<ul style="list-style-type: none"> <li>Πλακοστρώσεις με κανονικά πολύγωνα ή με κανονικά και άλλα πολύγωνα.</li> </ul>



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		γενίκευση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος σε τυχαίο τρίγωνο αποδεικνύουν το νόμο των συνημιτόνων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Εύρεση του μέτρου της συνισταμένης δύο δυνάμεων από τα μέτρα των συνιστωσών και της μεταξύ τους γωνίας.</li> </ul>
		Γ.Τ.11.2. Αποδεικνύουν τη σχέση $E = \frac{1}{2} \alpha\beta\eta\Gamma$ για το εμβαδόν τριγώνου και το νόμο των ημιτόνων.	
		Γ.Τ.11.3. Χρησιμοποιούν τους νόμους συνημιτόνων και ημιτόνων για επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων Φυσικής και Μαθηματικών.	
ΜΕΤΡΗΣΗ	Μήκος, μέτρο γωνιών.	Μ.Μ.11.1. Προσεγγίζουν το μήκος κύκλου με τις περιμέτρους των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων σε αυτόν κανονικών πολυγώνων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Υπολογισμός περιμέτρων μεικτόγραμμων σχημάτων.</li> </ul>
		Μ.Μ.11.2. Υπολογίζουν το μήκος τόξου $\mu$ μοιρών σε σχέση με την ακτίνα του κύκλου του.	
		Μ.Μ.11.3. Υπολογίζουν στοιχεία (μήκη και γωνίες) στα γνωστά τους στερεά και τα χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.	
	Εμβαδόν.	Μ.Ε.11.1. Εξηγούν τη διαδικασία του διαμερισμού και ανασύνθεσης σχήματος για την εύρεση ισοδύναμου με αυτό σχήματος.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Έργα ανοικτού τύπου και πολλαπλών επιλύσεων για τη δημιουργία ισοδύναμων επίπεδων σχημάτων.</li> <li>Χωρισμός τριγώνου σε δεδομένο αριθμό ισοδύναμων τριγώνων με ευθείες που περνούν από μία κορυφή του.</li> </ul>
		Μ.Ε.11.2. Έχοντας γνωστό το εμβαδόν τετραγώνου, αποδεικνύουν τους τύπους υπολογισμού των εμβαδών ορθογωνίου, παραλληλογράμμου,	

ΜΕΤΡΗΣΗ		τριγώνου και τραπεζίου.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μελέτη απόδειξης του Πυθαγόρειου Θεωρήματος μέσω εμβαδών.</li> <li>Επίλυση ρεαλιστικών και ιστορικών προβλημάτων που απαιτούν τον υπολογισμό εμβαδών μεικτόγραμμων χωρίων.</li> </ul>	
		Μ.Ε.11.3. Αποδεικνύουν τη σχέση μεταξύ του λόγου των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων και του λόγου ομοιότητάς τους και τη γενικεύουν για όμοια πολύγωνα.		
		Μ.Ε.11.4. Προσεγγίζουν το εμβαδόν κυκλικού δίσκου με τα εμβαδά των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων σε αυτόν κανονικών πολυγώνων.		
		Μ.Ε.11.5. Υπολογίζουν το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε τόξο μ μοιρών σε σχέση με την ακτίνα του κύκλου του.		
		Μ.Ε.11.6. Υπολογίζουν εμβαδά μεικτόγραμμων χωρίων.		
		Μ.Ε.11.7. Υπολογίζουν εμβαδά επιφανειών ορθών πρισμάτων και ορθών πυραμίδων.		<ul style="list-style-type: none"> <li>Αναγνώριση ιδιοτήτων επίπεδων σχημάτων που διατηρούνται, κατ' αναλογία, στα στερεά.</li> </ul>
		Μ.Ε.11.8. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα που συνδέονται με εμβαδά επιφανειών πολυέδρων και στερεών εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος, σφαίρα).		
		Όγκος.		Μ.Ο.11.1. Εξηγούν τη διαδικασία του διαμερισμού και ανασύνθεσης στερεών για την εύρεση στερεού με ίδιο όγκο.
		Μ.Ο.11.2. Έχοντας γνωστό τον όγκο κύβου εξηγούν τους		

ΜΕΤΡΗΣΗ		<p>τύπους υπολογισμού των όγκων παραλληλεπίπεδων και των άλλων ορθών πρισμάτων.</p> <p>Μ.Ο.11.3. Συνδέουν την ορθή τριγωνική πυραμίδα με το αντίστοιχο ορθό τριγωνικό πρίσμα και μελετούν τη σχέση των όγκων τους. Γενικεύουν για όλες τις ορθές πυραμίδες.</p> <p>Μ.Ο.11.4. Μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα που συνδέονται με όγκους πολυέδρων και στερεών εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος, σφαίρα).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων ανοικτού τύπου που επιδέχονται πολλαπλές λύσεις και συνδέονται με τη δημιουργία στερεών με ίσους όγκους, αξιοποιώντας είτε ψηφιακά εργαλεία τρισδιάστατης δυναμικής Γεωμετρίας είτε φυσικά μοντέλα στερεών.</li> </ul>
---------	--	--	---

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Διανύσματα.	ΑΓ.Δ.11.Π.1. Διακρίνουν μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη και ορίζουν την έννοια του διανύσματος.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση του ορισμού και των ιδιοτήτων των πράξεων των διανυσμάτων στην εύρεση της συνισταμένης δύο ή περισσότερων δυνάμεων.</li> <li>Εύρεση στοιχείων διανυσμάτων με χρήση των συντεταγμένων τους.</li> <li>Διερεύνηση του προσήμου του γινομένου δύο διανυσμάτων και σύνδεσή του με το έργο σταθερής δύναμης.</li> </ul>
		ΑΓ.Δ.11.Π.2. Ορίζουν το άθροισμα και τη διαφορά δύο διανυσμάτων, καθώς και το γινόμενο διανύσματος με αριθμό και αναγνωρίζουν τις ιδιότητες τους.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.3 Ορίζουν τις συντεταγμένες διανύσματος στο καρτεσιανό επίπεδο και τις συνδυάζουν με το μέτρο του και το συντελεστή διεύθυνσής του δίνοντας και συνθήκες παραλληλίας για δύο διανύσματα.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.4. Ορίζουν τη γωνία και το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων. Εκφράζουν το εσωτερικό γινόμενο χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των δύο διανυσμάτων και αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες του.	
		ΑΓ.Δ.11.Π.5. Εφαρμόζουν τις ιδιότητες των διανυσμάτων στην επίλυση προβλημάτων Μαθηματικών και Φυσικής.	

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Ευθεία.	ΑΓ.Ε.11.Π.1 Διερευνούν το συντελεστή διεύθυνσης ευθείας, διατυπώνουν την εξίσωσή της και αναγνωρίζουν αν μια εξίσωση είναι εξίσωση ευθείας.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Εύρεση εξίσωσης ευθείας με χρήση των χαρακτηριστικών στοιχείων της.</li> <li>• Δραστηριότητες διερεύνησης εξίσωσης ευθείας, μέσω μεταβολής των παραμέτρων της σε περιβάλλον δυναμικής Γεωμετρίας.</li> <li>• Εισαγωγή κατάλληλου συστήματος συντεταγμένων για την επίλυση γεωμετρικού προβλήματος με αναλυτικές μεθόδους.</li> </ul>
		ΑΓ.Ε.11.Π.2. Αποδεικνύουν κριτήρια παραλληλίας και καθετότητας ευθειών και διερευνούν τις σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο καρτεσιανό επίπεδο.	
	Κύκλος.	ΑΓ.Κ.11.Π.1. Αποδεικνύουν την εξίσωση κύκλου μέσω του ορισμού του ως γεωμετρικού τόπου.	
		ΑΓ.Κ.11.Π.2. Αποδεικνύουν την εξίσωση εφαπτομένης κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων σε σημείο αυτού.	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Φυσικοί αριθμοί.	Αρ.Φ.11.Π.1. Εφαρμόζουν την αρχή της μαθηματικής επαγωγής στην απόδειξη σχέσεων και στην επίλυση προβλημάτων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Εισαγωγή της αρχής της μαθηματικής επαγωγής με το παράδειγμα του «ντόμινο».</li> <li>• Διατύπωση εικασιών με απλό επαγωγικό συλλογισμό και επαλήθευση μέσω της μαθηματικής επαγωγής (π.χ. εικασία με επαγωγικό συλλογισμό για το γενικό τύπο των όρων μιας γεωμετρικής προόδου και απόδειξη του με μαθηματική επαγωγή).</li> <li>• Ανάδειξη της διαφοράς επαγωγικού συλλογισμού και μαθηματικής επαγωγής.</li> </ul>
ΑΛΓΕΒΡΑ	Πίνακες.	Αλ.Π.11.Π.1. Χρησιμοποιούν πίνακες για να αναπαραστήσουν και να επεξεργαστούν δεδομένα.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Αναπαράσταση δεδομένων μέσω πινάκων για παράδειγμα καταγραφή οικονομικών στοιχείων (επιχειρήσεις/πελάτες και παραγγελίες), παρουσίαση</li> </ul>
		Αλ.Π.11.Π.2. Ορίζουν το γινόμενο αριθμού	

ΑΛΓΕΒΡΑ		με πίνακα $2 \times 2$ , καθώς και το άθροισμα και γινόμενο πινάκων $2 \times 2$ .	<p>δεδομένων από αθλητικές διοργανώσεις κ.λπ.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Επίλυση προβλημάτων μέσω πράξεων πινάκων, όπως σε διαφορετικά ποσά να εφαρμοστεί έκπτωση ή αύξηση τιμών, να υπολογιστούν τελικές τιμές μετά την πρόσθεση ΦΠΑ κ.λπ.</li> </ul>
Συναρτήσεις.	Αλ.Π.11.Π.3. Ορίζουν το μηδενικό πίνακα, καθώς και το μοναδιαίο και τον αντίστροφο πίνακα $2 \times 2$ .	Αλ.Π.11.Π.4. Εφαρμόζουν την προσεταιριστική και την επιμεριστική ιδιότητα στο γινόμενο πινάκων $2 \times 2$ και αποδεικνύουν ότι δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Άντληση πληροφοριών σχετικών με το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών, τα ολικά ακρότατα και τα διαστήματα μονοτονίας μιας συνάρτησης από τη γραφική της παράσταση.</li> <li>Επίλυση εξισώσεων της μορφής <math>f(x)=g(x)</math> και ανισώσεων της μορφής <math>f(x)&gt;g(x)</math> μέσω των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων <math>f</math> και <math>g</math>.</li> <li>Εξέταση αν μία συνάρτηση είναι 1-1 με τον ορισμό (ή την ισοδύναμη έκφραση του ορισμού της 1-1 συνάρτησης) και με χρήση της γραφικής της παράστασης.</li> <li>Προσδιορισμός του τύπου και του πεδίου ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης (αν υπάρχει) για δεδομένη συνάρτηση <math>f(x)</math>, μέσω της ισοδυναμίας <math>y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)</math>.</li> <li>Προσδιορισμός της γραφικής παράστασης και του πεδίου ορισμού της</li> </ul>
	Αλ.Σρ.11.Π.1. Εντοπίζουν τα χαρακτηριστικά μιας συνάρτησης (πεδίο ορισμού, σύνολο τιμών, ολικά ακρότατα, διαστήματα μονοτονίας) από τη γραφική της παράσταση.	Αλ.Σρ.11.Π.2. Εξετάζουν αν δύο συναρτήσεις είναι ίσες.	
	Αλ.Σρ.11.Π.3. Προσδιορίζουν το πεδίο ορισμού και τον τύπο συναρτήσεων που προκύπτουν από πράξεις συναρτήσεων.	Αλ.Σρ.11.Π.4. Προσδιορίζουν τον τύπο και το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης που προκύπτει από σύνθεση δύο συναρτήσεων.	
	Αλ.Σρ.11.Π.5. Εξετάζουν αλγεβρικά αν μια συνάρτηση είναι 1-1 και ερμηνεύουν το		

ΑΛΓΕΒΡΑ		<p>αποτέλεσμα γεωμετρικά.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.6. Αναγνωρίζουν αν μια συνάρτηση έχει αντίστροφη συνάρτηση, προσδιορίζουν τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης και αναγνωρίζουν ότι οι γραφικές τους παραστάσεις είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία <math>y=x</math>.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.7. Χρησιμοποιούν την αντίστροφη συνάρτηση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.8. Ορίζουν την εκθετική συνάρτηση μέσω μοντελοποίησης.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.9. Διερευνούν τη μονοτονία της εκθετικής συνάρτησης.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.10. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις της εκθετικής συνάρτησης (πίνακας τιμών, γραφική παράσταση, τύπος).</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.11. Συγκρίνουν την εκθετική, την τετραγωνική και τη γραμμική μεταβολή και διακρίνουν τις διαφορές τους.</p> <p>Αλ.Σρ.11.Π.12. Αξιοποιούν την εκθετική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.</p>	<p>αντίστροφης συνάρτησης (αν υπάρχει) για δεδομένη συνάρτηση <math>f(x)</math>, μέσω της συμμετρικής καμπύλης της <math>C_f</math> ως προς την <math>y = x</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση της αντίστροφης συνάρτησης, για παράδειγμα σε προβλήματα κωδικοποίησης (π.χ. κώδικας ASCII).</li> <li>Αναγνώριση μοντέλων πληθυσμών που αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά, με αναφορά στο (σταθερό) χρόνο διπλασιασμού ή υποδιπλασιασμού τους και σύνδεση της εκθετικής μεταβολής μιας ποσότητας με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση.</li> <li>Μελέτη της εκθετικής αύξησης ή απόσβεσης ποσοτήτων με τη βοήθεια γραφικών παραστάσεων πρόβλεψη της εξέλιξής τους στο χρόνο.</li> <li>Συσχέτιση της βάσης της εκθετικής συνάρτησης με την εκθετική αύξηση ή απόσβεση.</li> <li>Δίνεται έμφαση στην ισοδυναμία των εξισώσεων <math>a^x = y</math> και <math>\log_a y = x</math>.</li> <li>Με χρήση τη λογαριθμικής συνάρτησης <math>f(x) = \log_a x</math>, <math>a &gt; 0</math> και <math>a \neq 1</math>, <math>x &gt; 0</math>, συνδέουν τη γεωμετρική πρόοδο <math>1, a, a^2, a^3, \dots</math> με την</li> </ul>
---------	--	--	---

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Σρ.11.Π.13. Ορίζουν τη λογαριθμική συνάρτηση ως αντίστροφη της εκθετικής.	<p>αριθμητική πρόοδο των αντίστοιχων εκθετών και επισημαίνεται (και ιστορικά) η σημασία των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Μελέτη πραγματικών φαινομένων, όπως κλίμακα Richter, pH κ.λπ. μέσω λογαριθμικών συναρτήσεων.</li> </ul>
		Αλ.Σρ.11.Π.14. Διερευνούν την μονοτονία της λογαριθμικής συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.11.Π.15. Αποδεικνύουν τις ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.11.Π.16. Συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις της λογαριθμικής συνάρτησης (πίνακας τιμών, γραφική παράσταση, τύπος).	
		Αλ.Σρ.11.Π.17. Αξιοποιούν τη λογαριθμική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.11.Π.1. Αναπαριστούν ένα γραμμικό σύστημα $2 \times 2$ μέσω πινάκων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση γραμμικών συστημάτων και επίλυσή τους με χρήση του αντίστροφου πίνακα.</li> <li>Αξιοποίηση του αντίστροφου πίνακα για επίλυση προβλημάτων, όπως π.χ. κωδικοποίηση μηνύματος μέσω της αντιστοίχισης των γραμμάτων του αλφαβήτου σε αριθμητικές τιμές (π.χ. κώδικας ASCII).</li> <li>Επίλυση των εκθετικών και λογαριθμικών εξισώσεων μέσω της 1-1 ιδιότητας των αντίστοιχων εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων.</li> <li>Επίλυση των εκθετικών και λογαριθμικών ανισώσεων</li> </ul>	
	Αλ.Σχ.11.Π.2. Επιλύουν και διερευνούν γραμμικά συστήματα $2 \times 2$ με τη μέθοδο των οριζουσών και συσχετίζουν τις λύσεις με τις σχετικές θέσεις των ευθειών στο επίπεδο.		
	Αλ.Σχ.11.Π.3. Επιλύουν εκθετικές εξισώσεις και ανισώσεις.		
	Αλ.Σχ.11.Π.4. Επιλύουν λογαριθμικές εξισώσεις και ανισώσεις.		



			μέσω της μονοτονίας των αντίστοιχων εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων.
<b>ΑΝΑΛΥΣΗ</b>	Σύγκλιση.	Αν.Σ.11.Π.1. Διερευνούν μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης την αναγκαιότητα εισαγωγής των άπειρων διαδικασιών και προσεγγίζουν διαισθητικά την έννοια της σύγκλισης ακολουθίας.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αναγνώριση της αναγκαιότητας των άπειρων διαδικασιών, μέσω προβλημάτων προσέγγισης άγνωστων ποσοτήτων με οσοδήποτε μεγάλη ακρίβεια, όπως π.χ. η προσέγγιση του εμβαδού κύκλου από τα εμβαδά των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων κανονικών πολυγώνων.</li> <li>Αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων στη διερεύνηση της σύγκλισης ή της μη σύγκλισης ακολουθιών.</li> <li>Διερεύνηση αν μια ακολουθία είναι μονότονη και/ή φραγμένη αριθμητικά και/ή μέσω της γραφικής της παράστασης.</li> <li>Εισαγωγή του αριθμού <math>e</math>, μέσω κατάλληλου προβλήματος, για παράδειγμα ανατοκισμού.</li> </ul>
		Αν.Σ.11.Π.2. Διερευνούν αριθμητικά και γραφικά τη σύγκλιση και τη μη σύγκλιση ακολουθιών της μορφής: α) $a_n = 1/n$ , β) $a_n = a^n$ με $ a  < 1$ και γ) $a_n = (-1)^n$ .	
		Αν.Σ.11.Π.3. Συμπεραίνουν εμπειρικά ότι μια ακολουθία μονότονη και φραγμένη συγκλίνει.	
		Αν.Σ.11.Π.4. Μέσω προβλήματος μοντελοποίησης οδηγούνται στην ακολουθία $a_n = (1+1/n)^n$ , συμπεραίνουν διαισθητικά ότι συγκλίνει και συμβολίζουν το όριό της με $e$ .	
		Αν.Σ.11.Π.5. Προσδιορίζουν αθροίσματα άπειρων όρων γεωμετρικών προόδων με λόγο $\lambda$ , όπου $ \lambda  < 1$ .	
		Αν.Σ.11.Π.6. Εφαρμόζουν τη μέθοδο του Ήρωνα για να προσεγγίσουν την τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού.	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ			
Θεματικά Πεδία	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΑΡΙΘΜΟΙ</b>	Άρρητοι και Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.12.1. Ορίζουν το δεκαδικό λογάριθμο $\log_a$ , $a > 0$ , ως τον εκθέτη $\theta$ που επαληθεύει τη σχέση $10^\theta = a$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σύνδεση με χρήση των δεκαδικών λογαρίθμων της γεωμετρικής προόδου 1, 10, <math>10^2</math>, <math>10^3</math>, ... με την αριθμητική πρόοδο των αντίστοιχων εκθετών και επισήμανση της σημασίας των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών.</li> <li>• Εισαγωγή των φυσικών λογαρίθμων <math>\ln a</math>, <math>a &gt; 0</math>, μέσω της επίλυσης εκθετικών εξισώσεων της μορφής <math>e^x = a</math> (με <math>a &gt; 0</math> και <math>e \approx 2,718</math>) με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.</li> </ul>
		Αρ.Π.12.2. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης ορίζουν τον αριθμό $e$ .	
		Αρ.Π.12.3. Ορίζουν το φυσικό λογάριθμο $\ln a$ , $a > 0$ , ως τη λύση της εξίσωσης $e^x = a$ .	
<b>ΑΛΓΕΒΡΑ</b>	Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.12.1. Ορίζουν την εκθετική συνάρτηση μέσα από προβλήματα μοντελοποίησης.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Αναγνώριση μοντέλων πληθυσμών που αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά, με αναφορά στο (σταθερό) χρόνο διπλασιασμού ή υποδιπλασιασμού τους και σύνδεση της εκθετικής μεταβολής μιας ποσότητας με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση.</li> <li>• Προσεγγιστική γραφική αναπαράσταση ποσοτήτων, οι οποίες αυξάνουν ή αποσβένουν εκθετικά και πρόβλεψη της εξέλιξής τους στο χρόνο.</li> <li>• Συσχέτιση της βάσης της εκθετικής συνάρτησης με την εκθετική αύξηση ή απόσβεση.</li> <li>• Μελέτη πραγματικών φαινομένων, όπως μέτρηση έντασης σεισμών με κλίμακα</li> </ul>
		Αλ.Σρ.12.2. Διατυπώνουν και ερμηνεύουν γεωμετρικά τις ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.12.3. Συγκρίνουν την εκθετική, την τετραγωνική και τη γραμμική μεταβολή και διακρίνουν τις διαφορές τους.	
		Αλ.Σρ.12.4. Αξιοποιούν την εκθετική συνάρτηση στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
		Αλ.Σρ.12.5. Χρησιμοποιούν τους λογαρίθμους στη	

ΑΛΓΕΒΡΑ		μελέτη πραγματικών φαινομένων.	Richter, pH κ.λπ., μέσω λογαρίθμων.
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.12.1. Επιλύουν εκθετικές εξισώσεις της μορφής $e^x = \alpha$ , $\alpha > 0$ , με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.	Μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση εκθετικών εξισώσεων της μορφής $e^x = \alpha$ (με $\alpha > 0$ και $e \approx 2,718$ ) και προσεγγιστική επίλυσή τους με τη βοήθεια υπολογιστικής μηχανής.
ΑΝΑΛΥΣΗ	Διαφόριση.	Αν.Δ.12.1. Χρησιμοποιούν το λόγο μεταβολής για να ορίσουν τη μέση και τη στιγμιαία ταχύτητα σε συγκεκριμένα προβλήματα και να προσεγγίσουν διαισθητικά την έννοια της παραγώγου.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σύνδεση του (στιγμαίου) ρυθμού μεταβολής μιας συνάρτησης σε ένα σημείο και της κλίσης της εφαπτομένης της στο σημείο αυτό. Προτείνεται να αξιοποιηθούν οι καμπύλες <math>y = \alpha x + \beta</math> και <math>y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma</math>.</li> <li>• Εισαγωγή της συνάρτησης-παραγώγου μίας συνάρτησης <math>f(x)</math> με τη βοήθεια ψηφιακών εργαλείων. Π.χ. μέσω της δημιουργίας πίνακα τιμών της παραγώγου μίας πολυωνυμικής συνάρτησης ή μέσω της κατασκευής της εφαπτομένης στη γραφική της παράσταση και μέτρησης της κλίσης της.</li> <li>• Εφαρμογές του ρυθμού μεταβολής μιας συνάρτησης στον πραγματικό κόσμο. Π.χ. ρυθμός μεταβολής του κόστους παραγωγής ενός προϊόντος.</li> </ul>
		Αν.Δ.12.2. Συνδέουν την έννοια της παραγώγου με την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.	
		Αν.Δ.12.3. Χρησιμοποιούν τους κανόνες παραγωγής αθροίσματος και γινομένου στην εύρεση παραγώγων πολυωνυμικών συναρτήσεων.	
		Αν.Δ.12.4. Αναγνωρίζουν ότι η παράγωγος εκφράζει το ρυθμό μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο.	
		Αν.Δ.12.5. Αξιοποιούν το ρυθμό μεταβολής στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων και στην επίλυση προβλημάτων.	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.12.1. Διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Συλλογή ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων.</li> </ul>

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		<p>δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Δ.12.2. Με βάση το ερευνητικό ερώτημα που διαθέτουν, χαρακτηρίζουν ένα ποσοτικό χαρακτηριστικό ως μεταβλητή απόκρισης και το άλλο ως επεξηγηματική μεταβλητή.</p> <p>Σ.Δ.12.3. Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Κατασκευή του διαγράμματος διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού εμπειρικά αλλά και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων στο αγώνισμα του μήκους και στο τριπλούν;</p>
	Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.	<p>Σ.Ε.12.1. Με τη βοήθεια του διαγράμματος διασποράς διερευνούν την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού και διακρίνουν τη θετική από την αρνητική γραμμική συσχέτιση.</p> <p>Σ.Ε.12.2. Με τη βοήθεια της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson σχολιάζουν την ύπαρξη και το είδος της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Ε.12.3. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι δύο ποσοτικά χαρακτηριστικά δε διέπονται απαραίτητα</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διερεύνηση της ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του διαγράμματος διασποράς.</li> <li>Διερεύνηση του είδους της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του υπολογισμού της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson.</li> <li>Χάραξη της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με εποπτικό τρόπο.</li> <li>Εκτίμηση και ερμηνεία των τιμών των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</li> <li>Πρόβλεψη των τιμών της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένες τιμές της επεξηγηματικής μεταβλητής</li> </ul>

<p><b>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</b></p>		<p>από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.</p> <p>Σ.Ε.12.4. Χαράσσουν εποπτικά την ευθεία παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο και σχολιάζουν την προσαρμογή της.</p> <p>Σ.Ε.12.5. Ερμηνεύουν τις τιμές των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</p> <p>Σ.Ε.12.6. Εξοικειώνονται με την έννοια της πρόβλεψης της τιμής της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένη τιμή της εξηγηματικής μεταβλητής, με βάση το απλό γραμμικό μοντέλο, και αναγνωρίζουν τυχόν περιορισμούς.</p>	<p>μέσω του απλού γραμμικού μοντέλου.</p> <p>Παράδειγμα: Οι ηλικίες των 8 ανδρόγυνων που παντρεύτηκαν τον τελευταίο μήνα σε ένα χωριό δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και περιγράφουν το είδος της σχέσης που φαίνεται να έχουν οι δύο μεταβλητές. Υπολογίζουν και ερμηνεύουν το συντελεστή γραμμικής συσχέτισης των δύο μεταβλητών και στη συνέχεια χαράσσουν εποπτικά την ευθεία παλινδρόμησης. Χρησιμοποιούν το γραμμικό μοντέλο για να δώσουν μια εκτίμηση της ηλικίας της νύφης εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 26 ή 36. Τέλος συζητούν στην ολομέλεια του τμήματος γιατί δεν είναι ορθό να χρησιμοποιηθεί το γραμμικό μοντέλο για να εκτιμήσουν την ηλικία της νύφης, εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 42.</p> <table border="1" data-bbox="1059 1267 1319 1608"> <thead> <tr> <th>Ηλικία γαμπρού</th> <th>Ηλικία νύφης</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>22</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>22</td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>28</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>33</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>38</td> <td>34</td> </tr> </tbody> </table>	Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης	20	20	22	20	24	22	25	27	28	24	30	25	33	28	38	34
Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης																				
20	20																				
22	20																				
24	22																				
25	27																				
28	24																				
30	25																				
33	28																				
38	34																				
<p><b>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</b></p>	<p>Συσχέτιση.</p>	<p>Π.Σ.12.1. Χρησιμοποιούν τον πολλαπλασιαστικό κανόνα για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p> <p>Π.Σ.12.2. Αξιοποιούν τη δεσμευμένη πιθανότητα για να ορίσουν την ανεξαρτησία δύο ενδεχομένων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό κανόνα. Παράδειγμα: Οι μαθητές μπορούν να μετρήσουν στο σχολείο τους πόσα παιδιά μαθαίνουν Αγγλικά, Γαλλικά ή Γερμανικά και να κάνουν σχετικά διαγράμματα, παρουσιάζοντας τα ποσοστά των γλωσσών ανά τάξη. Στη</li> </ul>																		

<p>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</p>		<p>Π.Σ.12.3. Εφαρμόζουν το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p> <p>Π.Σ.12.4. Εφαρμόζουν το Θεώρημα του Bayes στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p>συνέχεια κάνουμε το εξής πείραμα τύχης: Επιλέγουμε ένα παιδί από αυτά, τυχαία. Οι μαθητές, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό κανόνα υπολογίζουν την Πιθανότητα ένα παιδί που φοιτά στη Β' Λυκείου να μαθαίνει Γαλλικά ως εξής: Α) Είναι ίση με το γινόμενο των Πιθανοτήτων των ενδεχομένων "το παιδί μαθαίνει Γαλλικά δεδομένου ότι φοιτά στην Β' Λυκείου" και "το παιδί φοιτά στην Β' Λυκείου. Β) Η ίδια Πιθανότητα υπολογίζεται και ως γινόμενο των ενδεχομένων "το παιδί φοιτά στην Β' Λυκείου δεδομένου ότι μαθαίνει Γαλλικά" και "το παιδί μαθαίνει Γαλλικά".</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Επίλυση πραγματικών προβλημάτων με ανεξάρτητα ενδεχόμενα.</li> <li>• Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας.</li> <li>• Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα του Bayes.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Στο αεροδρόμιο «ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ» της Θεσσαλονίκης φτάνουν καθημερινά πτήσεις από την Ευρώπη και την Αμερική σε ποσοστά 60% και 40% αντίστοιχα. Το 10% των πτήσεων από Ευρώπη και το 5% των πτήσεων από Αμερική φτάνουν με καθυστέρηση. Αν μια μέρα επιλέξουμε τυχαία μία από τις πτήσεις που φτάνουν στο αεροδρόμιο, να υπολογίσετε:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– την πιθανότητα η πτήση να έχει φτάσει με καθυστέρηση,</li> <li>– την πιθανότητα να προέρχεται από</li> </ul>
--------------------	--	---	---

<p>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</p>			<p>ευρωπαϊκή χώρα αν έχει φτάσει με καθυστέρηση.</p> <p>Παράδειγμα: Από τους 50 ασθενείς που εισήχθησαν στο νοσοκομείο με σοβαρή αλλεργία, 10 που επιλέχθηκαν τυχαία πήραν ένα καινούριο φάρμακο, ενώ οι άλλοι 40 το παλιό φάρμακο κατά της αλλεργίας. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να θεραπευτεί κάποιος με το παλιό φάρμακο είναι 0,6, ενώ με το καινούριο είναι 0,9. Ύστερα από μερικές μέρες ένας/μία από τους/τις ασθενείς επιστρέφει στην κλινική για να ευχαριστήσει τους γιατρούς για τη θεραπεία του/της. Να βρείτε την πιθανότητα ο/η ασθενής να έχει θεραπευτεί με το καινούριο φάρμακο.</p>
--------------------	--	--	--

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ			
Θεματικό Πεδίο	Θεματικές Ενότητες	Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα	Ενδεικτικές Δραστηριότητες
		<b>Οι μαθητές/-τριες:</b>	
<b>ΑΝΑΛΥΣΗ</b>	Σύγκλιση.	Αν.Σ.12.Π.1. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης αναπτύσσουν μια διαισθητική αντίληψη της έννοιας του πεπερασμένου και μη πεπερασμένου ορίου συνάρτησης.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διαισθητική προσέγγιση (γραφικά, αριθμητικά) του ορίου συνάρτησης μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης (π.χ. εύρεση στιγμιαίας ταχύτητας κινητού).</li> <li>Άντληση πληροφοριών σχετικών με τη σύγκλιση συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.</li> <li>Σύνδεση του προσήμου του ορίου με το πρόσημο της συνάρτησης.</li> <li>Εύρεση των ασύμπτωτων ευθειών συνάρτησης αλγεβρικά με αντίστοιχη γραφική ερμηνεία και με χρήση ψηφιακής τεχνολογίας.</li> <li>Άντληση πληροφοριών σχετικών με τη συνέχεια και την ασυνέχεια συναρτήσεων με πεδίο ορισμού διάστημα ή ένωση διαστημάτων από τη γραφική τους παράσταση.</li> </ul>
		Αν.Σ.12.Π.2. Αναγνωρίζουν γραφικά τη σύγκλιση και τη μη σύγκλιση συναρτήσεων.	
		Αν.Σ.12.Π.3. Συνδέουν διαισθητικά τη σύγκλιση με τοπικές ιδιότητες της συνάρτησης.	
		Αν.Σ.12.Π.4. Διατυπώνουν τις ιδιότητες της σύγκλισης και τις χρησιμοποιούν για τον υπολογισμό ορίων συναρτήσεων αιτιολογώντας τις ενέργειές τους.	
		Αν.Σ.12.Π.5. Συνδέουν τη σύγκλιση με τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης συνάρτησης.	
		Αν.Σ.12.Π.6. Ορίζουν τη συνέχεια συνάρτησης σε σημείο και στο πεδίο ορισμού της και την αναγνωρίζουν γραφικά.	
		Αν.Σ.12.Π.7. Διατυπώνουν τις ιδιότητες της συνέχειας και ελέγχουν, με τη βοήθεια του ορισμού ή/και των σχετικών ιδιοτήτων, τη	



ΑΝΑΛΥΣΗ		<p>συνέχεια συναρτήσεων.</p> <p>Αν.Σ.12.Π.8. Διατυπώνουν το Θεώρημα Bolzano, αποδεικνύουν το Θεώρημα Ενδιάμεσων Τιμών και τα ερμηνεύουν γεωμετρικά.</p> <p>Αν.Σ.12.Π.9. Χρησιμοποιούν το Θεώρημα Bolzano για να υπολογίζουν προσεγγιστικά μια ρίζα εξίσωσης με τη μέθοδο της διαδοχικής διχοτόμησης.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Αξιοποίηση του Θεωρήματος Bolzano και του Θεωρήματος Ενδιάμεσων Τιμών στη μελέτη χαρακτηριστικών της συνάρτησης (π.χ. πρόσημο, ύπαρξη ριζών, σύνολο τιμών συνάρτησης).</li> <li>Προσεγγιστική εύρεση τετραγωνικής ρίζας θετικού αριθμού.</li> </ul>
	Διαφόριση.	<p>Αν.Δ.12.Π.1. Μέσω προβλημάτων μοντελοποίησης ορίζουν την έννοια της παραγώγου σε σημείο του πεδίου ορισμού της.</p> <p>Αν.Δ.12.Π.2. Αναγνωρίζουν την ύπαρξη ή μη της παραγώγου μιας συνάρτησης σε ένα σημείο από τη γραφική της παράσταση.</p> <p>Αν.Δ.12.Π.3. Συνδέουν την έννοια της παραγώγου με την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης συνάρτησης.</p> <p>Αν.Δ.12.Π.4. Συνδέουν την παραγωγισιμότητα με τη συνέχεια συνάρτησης και αποδεικνύουν τα αντίστοιχα συμπεράσματα.</p> <p>Αν.Δ.12.Π.5. Διαμορφώνουν την έννοια της παραγώγου συνάρτησης και των παραγώγων ανώτερης τάξης.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Άντληση πληροφοριών σχετικών με την παραγωγισιμότητα ή μη συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση και επιβεβαίωση μέσω του ορισμού.</li> <li>Αναγνώριση γραφικά αν μια ευθεία είναι εφαπτομένη στη γραφική παράσταση συνάρτησης και επιβεβαίωση αλγεβρικά.</li> <li>Εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson για τον υπολογισμό τετραγωνικής ρίζας θετικού αριθμού και σύνδεση με τη μέθοδο του Ήρωνα.</li> <li>Επίλυση προβλημάτων μοντελοποίησης που συνδέουν τα Μαθηματικά με άλλες επιστήμες.</li> </ul>

ΑΝΑΛΥΣΗ		<p>Αν.Δ.12.Π.6. Αποδεικνύουν με χρήση του ορισμού την παράγωγο βασικών συναρτήσεων (σταθερής και <math>f(x)=x^v</math> για <math>v=1,2,\dots</math>) και διατυπώνουν την παράγωγο των τριγωνομετρικών, εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μοντελοποίηση προβλημάτων Φυσικής (π.χ. εύρεση του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας κινητού) και Οικονομίας (π.χ. εύρεση του ρυθμού μεταβολής του κόστους παραγωγής ενός προϊόντος).</li> <li>• Χρήση της μονοτονίας και της κυρτότητας συναρτήσεων στην επίλυση εξισώσεων, ανισώσεων και προβλημάτων βελτιστοποίησης σε πραγματικά φαινόμενα και καταστάσεις.</li> </ul>
<p>Αν.Δ.12.Π.7. Αποδεικνύουν τους κανόνες παραγωγίσις αθροίσματος και γινομένου συναρτήσεων. Διατυπώνουν τον κανόνα παραγωγίσις ηλίικου συναρτήσεων, καθώς και το θεώρημα παραγωγίου σύνθεσης συναρτήσεων.</p>			
<p>Αν.Δ.12.Π.8. Εφαρμόζουν τους κανόνες παραγωγίσις και το θεώρημα παραγωγίου σύνθεσης συναρτήσεων στην εύρεση των παραγώγων συναρτήσεων.</p>			
<p>Αν.Δ.12.Π.9. Εφαρμόζουν τη μέθοδο των Newton-Raphson για τον προσεγγιστικό υπολογισμό ριζών εξισώσεων.</p>			
<p>Αν.Δ.12.Π.10. Μέσω μοντελοποίησης φαινομένων και πραγματικών καταστάσεων αναγνωρίζουν την έννοια της παραγωγίου ως ρυθμό μεταβολής.</p>			
<p>Αν.Δ.12.Π.11. Επιλύουν προβλήματα μοντελοποίησης με</p>			

ΑΝΑΛΥΣΗ	χρήση του ρυθμού μεταβολής.
	Αν.Δ.12.Π.12. Συνδέουν το πρόσημο της παραγώγου με ιδιότητες της συνάρτησης (μονοτονία, σταθερή συνάρτηση, τοπικά ακρότατα).
	Αν.Δ.12.Π.13. Αναγνωρίζουν την κυρτότητα ως γεωμετρική ιδιότητα γραφικά και συμβολικά και ορίζουν το σημείο καμπής.
	Αν.Δ.12.Π.14. Συνδέουν την κυρτότητα παραγωγίσιμης συνάρτησης με τη μονοτονία της 1 <sup>ης</sup> παραγώγου και αποδεικνύουν τη σύνδεση του προσήμου της 2 <sup>ης</sup> παραγώγου συνάρτησης με την κυρτότητα της συνάρτησης και τα σημεία καμπής.
	Αν.Δ.12.Π.15. Αναγνωρίζουν τη σχετική θέση της εφαπτομένης ως προς τη γραφική παράσταση συνάρτησης με βάση την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.
	Αν.Δ.12.Π.16. Σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση συνάρτησης αξιοποιώντας τις ιδιότητές της.
	Αν.Δ.12.Π.17. Χρησιμοποιούν την παράγωγο συνάρτησης για τη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων.

ΑΝΑΛΥΣΗ	Ολοκλήρωση.	Αν.Ο.12.Π.1. Εισάγουν την έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος συνδέοντάς το με το εμβαδόν επίπεδου χωρίου.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Εύρεση εμβαδού παραβολικού χωρίου με αξιοποίηση ψηφιακής τεχνολογίας και σύνδεση με το ορισμένο ολοκλήρωμα.</li> <li>• Εφαρμογή των ιδιοτήτων του ορισμένου ολοκληρώματος και ερμηνεία τους μέσω της σύνδεσης του ορισμένου ολοκληρώματος με το εμβαδόν επίπεδου χωρίου, όπου είναι δυνατόν.</li> <li>• Εφαρμογή του Θεμελιώδους Θεωρήματος του Απειροστικού Λογισμού σε προβλήματα μοντελοποίησης πραγματικών καταστάσεων και φαινομένων, π.χ. το <math>\int_a^x v(t)dt</math> παριστάνει το διάστημα που διανύει ένα κινητό σώμα.</li> </ul>
		Αν.Ο.12.Π.2. Μελετούν διαισθητικά τις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος (γραμμικότητα, εναλλαγή ορίων ολοκλήρωσης, σχέση Chasles).	
		Αν.Ο.12.Π.3. Συνδέουν το πρόσημο συνάρτησης με το πρόσημο του ολοκληρώματος.	
		Αν.Ο.12.Π.4. Συνδέουν την διαφόριση με την ολοκλήρωση μέσω του θεμελιώδους θεωρήματος του απειροστικού λογισμού.	
		Αν.Ο.12.Π.5. Χρησιμοποιούν την παράγουσα συνάρτησης και το Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού στον υπολογισμό ολοκληρωμάτων.	
		Αν.Ο.12.Π.6. Συνδέουν το ορισμένο ολοκλήρωμα με υπολογισμό όγκων στερεών εκ περιστροφής.	
		Αν.Ο.12.Π.7. Χρησιμοποιούν το ορισμένο ολοκλήρωμα για να λύνουν προβλήματα που προκύπτουν από μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων.	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.12.Π.1. Διατυπώνουν	

<p>ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ</p>	<p>ερωτήματα που αφορούν σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Δ.12.Π.2. Με βάση το ερευνητικό ερώτημα που διαθέτουν, χαρακτηρίζουν ένα ποσοτικό χαρακτηριστικό ως μεταβλητή απόκρισης και το άλλο ως επεξηγηματική μεταβλητή.</p> <p>Σ.Δ.12.Π.3. Κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Συλλογή ποσοτικών δεδομένων για την επίλυση αυθεντικών στατιστικών προβλημάτων.</li> <li>• Κατασκευή του διαγράμματος διασποράς των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού εμπειρικά αλλά και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Ποιες είναι οι επιδόσεις των εφήβων στο αγώνισμα του μήκους και στο τριπλούν;</p>
<p>Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.</p>	<p>Σ.Μ.12.Π.1. Χρησιμοποιούν πιο σύντομες μορφές, με χρήση του συμβόλου του αθροίσματος, για να αναπαραστήσουν τη μέση τιμή και διασπορά των τιμών ενός ποσοτικού χαρακτηριστικού του πληθυσμού.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Οι μαθητές/-τριες χρησιμοποιούν το σύμβολο <math>\sum</math> για λόγους συντομογραφίας.</li> </ul> <p>Για παράδειγμα</p> $\sum_{i=1}^v t_i = t_1 + t_2 + \dots + t_v \text{ και}$ <p>διαβάζεται «άθροισμα των <math>t_i</math> από <math>i = 1</math> έως <math>i = v</math>».</p> <p>Ισχύουν οι ιδιότητες:</p> $\sum_{i=1}^v \lambda x_i = \lambda x_1 + \lambda x_2 + \dots + \lambda x_v, \lambda \in \mathbb{R}$ $\sum_{i=1}^v (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^v x_i + \sum_{i=1}^v y_i$
<p>Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών.</p>	<p>Σ.Ε.12.Π.1. Με τη βοήθεια του διαγράμματος διασποράς διερευνούν την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού και διακρίνουν τη θετική</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Διερεύνηση της ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του διαγράμματος διασποράς.</li> <li>• Διερεύνηση του είδους της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών</li> </ul>

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		<p>από την αρνητική γραμμική συσχέτιση.</p> <p>Σ.Ε.12.Π.2. Με τη βοήθεια της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson σχολιάζουν την ύπαρξη και το είδος της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού.</p> <p>Σ.Ε.12.Π.3. Ανακαλύπτουν και εξηγούν με παραδείγματα ότι δύο ποσοτικά χαρακτηριστικά δε διέπονται απαραίτητα από μια σχέση αιτίας-αιτιατού.</p> <p>Σ.Ε.12.Π.4. Προσδιορίζουν την ευθεία παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων και σχολιάζουν εποπτικά την προσαρμογή της.</p> <p>Σ.Ε.12.Π.5. Ερμηνεύουν τις τιμές των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</p> <p>Σ.Ε.12.Π.6. Εξοικειώνονται με την έννοια της πρόβλεψης της τιμής της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένη τιμή της επεξηγηματικής μεταβλητής, με βάση το απλό γραμμικό μοντέλο, και αναγνωρίζουν τυχόν περιορισμούς.</p>	<p>του υπό μελέτη πληθυσμού μέσω του υπολογισμού της τιμής του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Χάραξη της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο, με εποπτικό τρόπο.</li> <li>Εκτίμηση και ερμηνεία των τιμών των συντελεστών της ευθείας παλινδρόμησης για το απλό γραμμικό μοντέλο στο πλαίσιο του ερευνητικού ερωτήματος.</li> <li>Πρόβλεψη των τιμών της μεταβλητής απόκρισης για δοσμένες τιμές της επεξηγηματικής μεταβλητής μέσω του απλού γραμμικού μοντέλου.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Οι ηλικίες των 8 ανδρόγυνων που παντρεύτηκαν τον τελευταίο μήνα σε ένα χωριό δίνονται στον παρακάτω πίνακα.</p> <table border="1" data-bbox="1058 1193 1348 1529"> <thead> <tr> <th>Ηλικία γαμπρού</th> <th>Ηλικία νύφης</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>22</td><td>20</td></tr> <tr><td>24</td><td>22</td></tr> <tr><td>25</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>24</td></tr> <tr><td>30</td><td>25</td></tr> <tr><td>33</td><td>28</td></tr> <tr><td>38</td><td>34</td></tr> </tbody> </table> <p>Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν το διάγραμμα διασποράς και περιγράφουν το είδος της σχέσης που φαίνεται να έχουν οι δύο μεταβλητές. Υπολογίζουν και ερμηνεύουν το συντελεστή γραμμικής συσχέτισης των δύο μεταβλητών και στη συνέχεια κατασκευάζουν την ευθεία παλινδρόμησης υπολογίζοντας την εξίσωσή της. Χρησιμοποιούν την εξίσωση για να δώσουν μια</p>	Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης	20	20	22	20	24	22	25	27	28	24	30	25	33	28	38	34
Ηλικία γαμπρού	Ηλικία νύφης																				
20	20																				
22	20																				
24	22																				
25	27																				
28	24																				
30	25																				
33	28																				
38	34																				

			εκτίμηση της ηλικίας της νύφης εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 26 ή 36. Τέλος συζητούν στην ολομέλεια του τμήματος γιατί δεν είναι ορθό να χρησιμοποιηθεί το γραμμικό μοντέλο για να εκτιμήσουν την ηλικία της νύφης, εάν η ηλικία του γαμπρού είναι 42.
<b>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</b>	Πειράματα τύχης και Πιθανότητες.	Π.Π.12.Π.1. Αναγνωρίζουν μια δοκιμή Bernoulli.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Επίλυση απλών πραγματικών προβλημάτων με <math>n</math> ανεξάρτητες δοκιμές Bernoulli.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Ένας/μια μαθητής/-τρια απαντά σε ένα ηλεκτρονικό κουίζ αξιολόγησης στα Μαθηματικά 8 ερωτήσεων. Κάθε ερώτηση συνοδεύεται από τρεις απαντήσεις, εκ των οποίων μία είναι η σωστή. Επιτρέπεται να επιλεγεί μία απάντηση. Εάν ο/η μαθητής/-τρια επιλέξει εντελώς τυχαία μία απάντηση σε κάθε ερώτηση, να βρείτε την πιθανότητα ο/η μαθητής/-τρια να απαντήσει σωστά:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– σε 6 ακριβώς ερωτήσεις,</li> <li>– τουλάχιστον σε 6 ερωτήσεις,</li> <li>– το πολύ σε 5 ερωτήσεις.</li> </ul>
		Π.Π.12.Π.2. Υπολογίζουν την πιθανότητα να έχουμε και επιτυχίες σε μια σειρά από $n$ ανεξάρτητες δοκιμές Bernoulli.	
Π.Π.12.Π.3. Αναγνωρίζουν ότι η δεσμευμένη πιθανότητα ικανοποιεί τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας και επικαιροποιεί το αρχικό μοντέλο, αν γνωρίζουμε ότι συνέβη κάποιο ενδεχόμενο.			
Συσχέτιση.		Π.Σ.12.Π.1. Χρησιμοποιούν τον πολλαπλασιαστικό κανόνα για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας τον πολλαπλασιαστικό κανόνα.</li> <li>Επίλυση πραγματικών προβλημάτων με ανεξάρτητα ενδεχόμενα.</li> <li>Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Δίνεται στους μαθητές ότι μεταξύ εκείνων που επισκέπτονται το γιατρό τους η Πιθανότητα να μη βρέθηκε κάποιος με πρόβλημα υγείας είναι 0,35. Αντίστοιχα, μεταξύ εκείνων</p>
		Π.Σ.12.Π.2. Αξιοποιούν τη δεσμευμένη πιθανότητα για να ορίσουν την ανεξαρτησία δύο ενδεχομένων.	
		Π.Σ.12.Π.3. Λύνουν προβλήματα με χρήση του Θεωρήματος Ολικής Πιθανότητας.	
		Π.Σ.12.Π.4. Εφαρμόζουν το Θεώρημα του Bayes στην επίλυση	

<p>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ</p>		<p>πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p>που δεν επισκέπτονται το γιατρό τους, η Πιθανότητα να μη βρέθηκε κάποιος με πρόβλημα υγείας είναι 0,05. Επίσης, το 80% των ανθρώπων επισκέπτονται το γιατρό τους (άρα η Πιθανότητα του αντίστοιχου ενδεχομένου είναι 0,8). Οι μαθητές υπολογίζουν, με το θεώρημα Ολικής Πιθανότητας, την Πιθανότητα ένας άνθρωπος να μη βρέθηκε με πρόβλημα υγείας (είναι <math>0,8*0,35+0,2*0,05=0,29</math>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Επίλυση πραγματικών προβλημάτων, εφαρμόζοντας το Θεώρημα του Bayes.</li> </ul> <p>Παράδειγμα 1: Στο αεροδρόμιο «ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ» της Θεσσαλονίκης φτάνουν καθημερινά πτήσεις από την Ευρώπη και την Αμερική σε ποσοστά 60% και 40% αντίστοιχα. Το 10% των πτήσεων από Ευρώπη και το 5% των πτήσεων από Αμερική φτάνουν με καθυστέρηση. Αν μια μέρα επιλέξουμε τυχαία μία από τις πτήσεις που φτάνουν στο αεροδρόμιο, να υπολογίσετε:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– την πιθανότητα η πτήση να έχει φτάσει με καθυστέρηση,</li> <li>– την πιθανότητα να προέρχεται από ευρωπαϊκή χώρα αν έχει φτάσει με καθυστέρηση.</li> </ul> <p>Παράδειγμα: Από τους 50 ασθενείς που εισήχθησαν στο νοσοκομείο με σοβαρή αλλεργία, 10 που επιλέχθηκαν τυχαία πήραν ένα καινούριο φάρμακο, ενώ οι άλλοι 40 το παλιό φάρμακο κατά της αλλεργίας. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να θεραπευθεί κάποιος με το παλιό φάρμακο είναι 0,6, ενώ με το καινούριο είναι 0,9. Ύστερα από μερικές μέρες</p>
--------------------	--	---------------------------------	---



			<p>έναν/μία από τους/τις ασθενείς επιστρέφει στην κλινική για να ευχαριστήσει τους γιατρούς για τη θεραπεία του/της. Να βρείτε την πιθανότητα ο/η ασθενής να έχει θεραπευτεί με το καινούριο φάρμακο.</p>
<b>ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.12.Π.1. Αναπτύσσουν εικασίες για γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας και λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Μελέτη γεωμετρικών τόπων με αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων δυναμικής γεωμετρίας.</li> </ul>
		Γ.Ε.12.Π.2. Βρίσκουν γεωμετρικούς τόπους αξιοποιώντας γνωστές γεωμετρικές σχέσεις και ιδιότητες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Εύρεση γεωμετρικών τόπων που ανάγονται σε γνωστούς (π.χ. μεσοκάθετο, διχοτόμο) με χρήση γνωστών γεωμετρικών σχέσεων και ιδιοτήτων. Π.χ. εύρεση του γ.τ. των σημείων από τα οποία άγονται ίσα εφαπτόμενα τμήματα σε κύκλους με ίσες ακτίνες.</li> </ul>
		Γ.Ε.12.Π.3. Κατασκευάζουν βασικά γεωμετρικά σχήματα (ευθείες ή τμήματά τους, γωνίες, τρίγωνα, κύκλους ή τόξα τους) που ικανοποιούν συγκεκριμένες ιδιότητες χρησιμοποιώντας την Αναλυτική-Συνθετική Μέθοδο.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Διακρίνουν τα στάδια της Αναλυτικής-Συνθετικής Μεθόδου (Ανάλυση - Σύνθεση - Απόδειξη - Διερεύνηση) και τα εφαρμόζουν στις γεωμετρικές κατασκευές (π.χ. κατασκευή τριγώνου με δεδομένες δύο πλευρές και την περιεχομένη διάμεσο).</li> </ul>
<b>ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>	Κωνικές τομές.	<p>ΑΓ.Κ.12.Π.1. Ορίζουν τις κωνικές τομές, παραβολή, έλλειψη, υπερβολή με κέντρο ή κορυφή την αρχή των αξόνων και άξονες συμμετρίας τους άξονες <math>x'x</math>, <math>y'y</math>, ως γεωμετρικούς τόπους σημείων του επιπέδου. Βρίσκουν τις εξισώσεις τους, καθώς και τις εξισώσεις των εφαπτομένων τους χρησιμοποιώντας γνώσεις διαφορικού λογισμού.</p> <p>ΑΓ.Κ.12.Π.2. Βρίσκουν χαρακτηριστικά</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Προσδιορισμός κωνικών τομών είτε μέσω χαρακτηριστικών τους στοιχείων είτε μέσω των εξισώσεών τους που αναφέρονται σε κατάλληλα επιλεγμένο σύστημα συντεταγμένων.</li> <li>Επίλυση προβλημάτων με αξιοποίηση της ανακλαστικής ιδιότητας κωνικών τομών.</li> </ul>

<p><b>ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b></p>		<p>στοιχεία και ιδιότητες των κωνικών τομών και τα αξιοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων που εφάπτονται σε δύο δεδομένους κύκλους.</li> </ul>
	<p>Μετασχηματισμοί.</p>	<p>ΑΓ.Κ.12.Π.3. Προσδιορίζουν γεωμετρικούς τόπους που είναι κωνικές τομές ή ευθείες, αλλά και τμημάτων τους, είτε μέσω των ορισμών τους είτε μέσω των γνωστών εξισώσεων τους.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Εύρεση μετασχηματισμών που συνδέουν δεδομένα σχήματα.</li> <li>Προσδιορισμός στοιχείων σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα ή μεταβάλλονται μέσω δοθέντος μετασχηματισμού.</li> <li>Διερεύνηση μετασχηματισμών σε καλλιτεχνήματα, με τυπικό δείγμα έργα του Escher.</li> <li>Εύρεση της εικόνας σχήματος που προκύπτει από τη σύνθεση δεδομένων μετασχηματισμών</li> <li>Εύρεση της σύνθεσης μετασχηματισμών με τους οποίους ταυτίζονται δύο δεδομένα ίσα τρίγωνα. Π.χ. Ποια σύνθεση μετασχηματισμών έχει ως</li> </ul>
		<p>Γ.Μ.12.Π.1. Συνδέουν την έννοια του Γραμμικού Μετασχηματισμού στο Καρτεσιανό Σύστημα με τον αντίστοιχο πίνακα μετασχηματισμού.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.2. Βρίσκουν τους αντίστοιχους πίνακες μετασχηματισμού για τις συμμετρίες ως προς τους άξονες και την αρχή των αξόνων, καθώς και για τη στροφή ως προς την αρχή των αξόνων και την ομοιοθεσία.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.3. Ορίζουν τη μεταφορά κατά διάνυση μέσω πινάκων.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.4. Συνδέουν τον αντίστροφο ενός Γραμμικού Μετασχηματισμού με τον αντιστρόφο του αντίστοιχου πίνακα.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.5. Ελέγχουν αν ένας Γραμμικός Μετασχηματισμός είναι ισομετρία.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.6. Συνδέουν τη σύνθεση δύο Γραμμικών Μετασχηματισμών με το γινόμενο των αντίστοιχων πινάκων.</p>	
		<p>Γ.Μ.12.Π.7. Επιλύουν προβλήματα που</p>	

		συνδέονται με τους γνωστούς μετασχηματισμούς.	αποτέλεσμα την ταύτιση των τριγώνων ΑΒΓ με Α(2,1) Β(3,1) και Γ(2,3) και ΚΛΜ με Κ(-2,1), Λ (-3,1) και Μ(-2,3).
--	--	---	---