

$$f := x \rightarrow (x - 1) \cdot \ln(x^2 - 2 \cdot x + 2) + a \cdot x + b$$

$$x \rightarrow (x - 1) \ln(x^2 - 2x + 2) + ax + b \quad (1)$$

[> ΑΠΑΝΤΗΣΗ στο Δ1 : Βρίσκω τις παραμέτρους  $a$  και  $b$   
 $\text{solve}(f(1) = 1, a)$

$$-b + 1 \quad (2)$$

$\text{solve}(\text{subs}(x=1, \text{diff}(f(x), x)) = -1, a)$

$$-\ln(1) - 1 \quad (3)$$

$a := \text{simplify}(-\ln(1) - 1)$

$$-1 \quad (4)$$

$\text{solve}(-1 = -b + 1, b)$

$$2 \quad (5)$$

$a := -1 : b := 2 : f(x)$

$$(x - 1) \ln(x^2 - 2x + 2) - x + 2 \quad (6)$$

[> ΑΠΑΝΤΗΣΗ στο Δ2 : βρίσκω το πρόσημο του  $f(x) - (-x + 2)$ ,  
 που είναι θετικό και υπολογίζω το ολοκλήρωμα)  
 $\text{assume}(x \geq 1) : g := f(x) - (-x + 2)$

$$(x - 1) \ln(x^2 - 2x + 2) \quad (7)$$

$\text{sign}(\%)$

$$1 \quad (8)$$

$\int_1^2 g \, dx$

$$-\frac{1}{2} + \ln(2) \quad (9)$$

$f1 := \text{diff}(f(x), x)$

$$\ln(x^2 - 2x + 2) + \frac{(x - 1)(2x - 2)}{x^2 - 2x + 2} - 1 \quad (10)$$

[> ΑΠΑΝΤΗΣΗ στο Δ3 i. Υπολογίζω το πρόσημο του  $f'(x) + 1$ ,  
 $d := \text{simplify}(f1 + 1)$

$$\frac{\ln(x^2 - 2x + 2) x^2 - 2 \ln(x^2 - 2x + 2) x + 2 \ln(x^2 - 2x + 2) + 2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x + 2} \quad (11)$$

$\text{sign}(d)$

$$1 \quad (12)$$

[> ΑΠΑΝΤΗΣΗ στο Δ3ii. Υπολογίζω το πρόσημο του  $f\left(\lambda + \frac{1}{2}\right) + \lambda - (\lambda - 1)\ln(\lambda^2 - 2\lambda + 2) - \frac{3}{2}$ , που είναι θετικό  
 $f(x)$

$$(x - 1) \ln(x^2 - 2x + 2) - x + 2 \quad (13)$$

$f2 := f\left(\lambda + \frac{1}{2}\right) + \lambda - (\lambda - 1)\ln(\lambda^2 - 2\lambda + 2) - \frac{3}{2}$

$$\left(\lambda - \frac{1}{2}\right) \ln\left(\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)^2 - 2\lambda + 1\right) - (\lambda - 1) \ln(\lambda^2 - 2\lambda + 2) \quad (14)$$

$$\text{simplify}(f2) \\ -1.386294361 \lambda + \lambda \ln(4. \lambda^2 - 4. \lambda + 5.) + 0.6931471806 - 0.5000000000 \ln(4. \lambda^2 - 4. \lambda + 5.) - 1. \ln(\lambda^2 - 2. \lambda + 2.) \lambda + \ln(\lambda^2 - 2. \lambda + 2.) \quad (15)$$

$$f2 := \text{evalf}(f2) \\ -1.386294361 \lambda + \lambda \ln(4. \lambda^2 - 4. \lambda + 5.) + 0.6931471806 - 0.5000000000 \ln(4. \lambda^2 - 4. \lambda + 5.) - 1. (\lambda - 1.) \ln(\lambda^2 - 2. \lambda + 2.) \quad (16)$$

$$\text{sign}(f2) \\ 1 \quad (17)$$

[ > ΑΠΑΝΤΗΣΗ Δ4 : Κάνω το γράφημα της  $f(x)$ ,  $y = -x + 2$  και  $-x^3 - x + 2$  και "βλέπω" ότι η  $y = -x + 2$  είναι η κοινή εφαπτομένη

$$g1 := -x^3 - x + 2 \\ -x^3 - x + 2 \quad (18)$$

withplots : plot( {f(x), g1, -x + 2}, x=-1 ..4, y=-1 ..3)

