

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>1</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Α

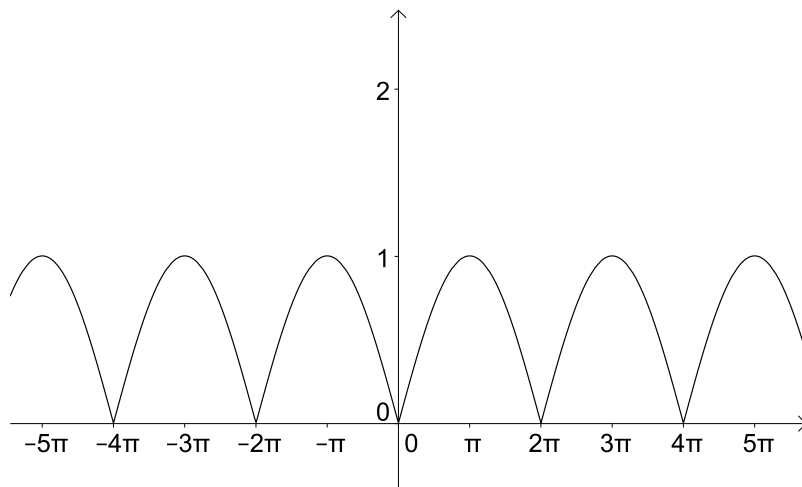
1. Χαρακτηρίστε με ΣΩΣΤΟ (Σ) ή ΛΑΘΟΣ (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

(α) Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = 3\text{συν}\frac{x}{5}$  είναι  $5\pi$  ..... Σ - Λ

(β) Η συνάρτηση  $f(x) = (-\alpha^2 + 2\alpha - 1)\eta\mu x$  παίρνει την μέγιστη τιμή όταν  $\alpha = 1$   
Σ - Λ

(γ) Αν  $\alpha, \beta, \gamma \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  με  $\alpha < \beta < \gamma$ , τότε  $\text{συν}\alpha < \text{συν}\beta < \eta\mu\gamma$  ..... Σ - Λ

(δ) Η γραφική παράσταση της  $f(x) = |\eta\mu x|$  δίδεται απο το παρακάτω γράφημα : .  
Σ - Λ



Σχήμα 1: 'Άσκηση 1δ'.

(ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$  ..... Σ - Λ

(ϛ) Η συνάρτηση  $f(x) = 3 + 2\text{συν}5x$  έχει ελαχίστη τιμή  $-5$  ..... Σ - Λ

(4 × 6 = 24 Μονάδες)

2. Δείξτε ότι για κάθε  $\omega \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, 2k\pi + 3\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$  ισχύει:

$$\frac{1 - \eta\mu(\omega)}{1 + \eta\mu(\omega)} - \frac{1 + \eta\mu(\omega)}{1 - \eta\mu(\omega)} = -\frac{4 \cdot \epsilon\phi(\omega)}{\sigma\upsilon\nu(\omega)}$$

(20 Μονάδες)

3. (α') Δείξτε ότι δεν υπάρχουν γωνίες  $\omega$  έτσι ώστε  $\eta\mu(\omega) = \sigma\upsilon\nu(\omega) = 0$

(β') Να λυθεί ως προς  $x$  η εξίσωση:  $2 \cdot \eta\mu^2(x) + \eta\mu(x) = 1$

(8 + 18 = 26 Μονάδες)

4. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = 1 - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$ .

(α') Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(β') Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης.

(γ') Να βρείτε την περίοδο της  $f(x)$ .

(δ') Δείξτε ότι η συνάρτηση  $g(x) = f(x) - \left| \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} + \pi\right) \right|$  είναι σταθερή στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

(ε') Να λυθεί η εξίσωση  $g(x) = 1 - \sqrt{2}$  στο διάστημα  $(\pi, 3\pi)$ .

(2 + 8 + 3 + 7 + 10 = 30 Μονάδες)

Καλή Επιτυχία

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>2</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Α

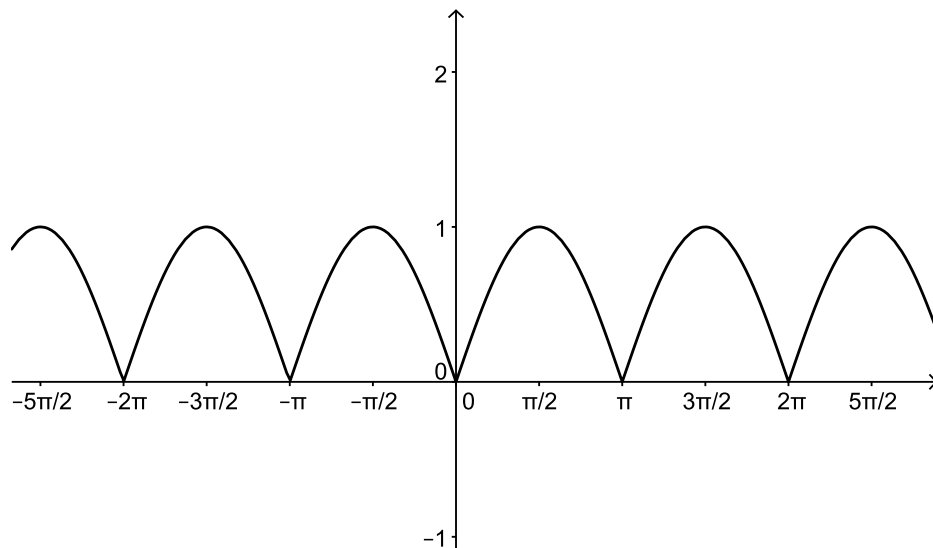
1. Χαρακτηρίστε με ΣΩΣΤΟ (Σ) ή ΛΑΘΟΣ (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

(α) Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = 3\eta\mu\frac{x}{5}$  είναι  $15\pi$  ..... Σ - Λ

(β) Η συνάρτηση  $f(x) = (\alpha^2 - 2\alpha + 1)\eta\mu x$  παίρνει την μέγιστη τιμή όταν  $\alpha = -1$   
Σ - Λ

(γ) Αν  $\alpha, \beta, \gamma \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  με  $\alpha < \beta < \gamma$ , τότε  $\sigma\upsilon\nu\beta < \sigma\upsilon\nu\alpha < \eta\mu\gamma$  ..... Σ - Λ

(δ) Η γραφική παράσταση της  $f(x) = |\eta\mu x|$  δίδεται απο το παρακάτω γράφημα : .  
Σ - Λ



Σχήμα 2: 'Άσκηση 1δ'.

(ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  
 $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  ..... Σ - Λ

(ϛ) Η συνάρτηση  $f(x) = 3 + 2\sigma\upsilon\nu 5x$  έχει ελαχίστη τιμή 1 ..... Σ - Λ

(4 × 6 = 24 Μονάδες)

2. Δείξτε ότι για κάθε  $\omega \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, 2k\pi + 3\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$  ισχύει:

$$\frac{1 - \eta\mu(\omega)}{1 + \eta\mu(\omega)} - \frac{1 + \eta\mu(\omega)}{1 - \eta\mu(\omega)} = -\frac{4 \cdot \epsilon\phi(\omega)}{\sigma\upsilon\nu(\omega)}$$

(20 Μονάδες)

3. (α') Δείξτε ότι δεν υπάρχουν γωνίες  $\omega$  έτσι ώστε  $\eta\mu(\omega) = \sigma\upsilon\nu(\omega) = 0$

(β') Να λυθεί ως προς  $x$  η εξίσωση:  $2 \cdot \eta\mu^2(x) + \eta\mu(x) = 1$

(8 + 18 = 26 Μονάδες)

4. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = 1 - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$ .

(α') Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(β') Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης.

(γ') Να βρείτε την περίοδο της  $f(x)$ .

(δ') Δείξτε ότι η συνάρτηση  $g(x) = f(x) - \left| \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2} + \pi\right) \right|$  είναι σταθερή στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

(ε') Να λυθεί η εξίσωση  $g(x) = 1 - \sqrt{2}$  στο διάστημα  $(\pi, 3\pi)$ .

(2 + 8 + 3 + 7 + 10 = 30 Μονάδες)

Καλή Επιτυχία

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>3</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Β

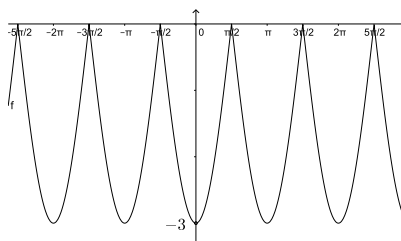
1. Χαρακτηρίστε με ΣΩΣΤΟ (Σ) ή ΛΑΘΟΣ (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

(α) Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = 300\eta\mu 2x$  είναι  $10\pi$  ..... Σ - Λ

(β) Η συνάρτηση  $f(x) = (\alpha^2 - 2\alpha + 1)\eta\mu x$  παίρνει την ελάχιστη τιμή όταν  $\alpha = 1$ .  
Σ - Λ

(γ) Αν  $\alpha, \beta, \gamma \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  με  $\alpha > \beta > \gamma$ , τότε  $\eta\mu\alpha > \eta\mu\beta > \sigma\upsilon\nu\gamma$  ..... Σ - Λ

(δ) Η γραφική παράσταση της  $f(x) = -3|\sigma\upsilon\nu x|$  δίδεται απο το παρακάτω γράφημα : ..... Σ - Λ



Σχῆμα 3: 'Άσκηση 1δ'.

(ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$  ..... Σ - Λ

(ϛ) Η συνάρτηση  $f(x) = 3 + 3\eta\mu 10x$  έχει ελαχίστη τιμή 0 ..... Σ - Λ

(4 × 6 = 24 Μονάδες)

2. Δείξτε ότι για κάθε  $\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi, k \in \mathbb{Z}$ :

$$\varepsilon\phi(\alpha) \cdot \left(1 - \sigma\phi^2(\alpha) + \eta\mu(\alpha)\sigma\upsilon\nu(\alpha)\right) + \sigma\phi(\alpha) \cdot \left(1 - \varepsilon\phi^2(\alpha) + \eta\mu(\alpha)\sigma\upsilon\nu(\alpha)\right) = 1$$

(20 Μονάδες)

3. (α) Δείξτε ότι υπάρχουν γωνίες  $x$  έτσι ώστε:  $\eta\mu(x) = \frac{3}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu(x) = \frac{4}{5}$ .

(β) Να λυθεί ως προς  $x$  η εξίσωση:  $2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(x) + 3 \cdot \sigma\upsilon\nu(x) = 2$

(8 + 18 = 26 Μονάδες)

4. Έστω η συνάρτηση  $h(x) = 1 - \eta\mu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$ .

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης.

(γ) Να βρείτε την περίοδο της  $h(x)$ .

(δ) Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f(x) = h(x) - \left|\eta\mu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)\right|$  είναι σταθερή στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .

(ε) Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = 1 - \sqrt{2}$  στο διάστημα  $(2\pi, 4\pi)$ .

(2 + 8 + 3 + 7 + 10 = 30 Μονάδες)

Καλή Επιτυχία

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1<sup>ου</sup> 4<sup>νου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>4</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Β

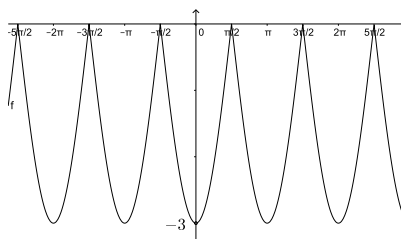
1. Χαρακτηρίστε με ΣΩΣΤΟ (Σ) ή ΛΑΘΟΣ (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :

(α) Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = 300\eta\mu 2x$  είναι  $\pi$  ..... Σ - Λ

(β) Η συνάρτηση  $f(x) = (\alpha^2 - 2\alpha + 1)\eta\mu x$  παίρνει την ελάχιστη τιμή όταν  $\alpha = -1$   
Σ - Λ

(γ) Αν  $\alpha, \beta, \gamma \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  με  $\alpha > \beta > \gamma$ , τότε  $\eta\mu\beta < \eta\mu\alpha < \sigma\upsilon\nu\gamma$  ..... Σ - Λ

(δ) Η γραφική παράσταση της  $f(x) = -8|\sigma\upsilon\nu x|$  δίδεται απο το παρακάτω γράφημα : ..... Σ - Λ



Σχήμα 4: 'Άσκηση 1δ'.

(ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  ..... Σ - Λ

(ϛ) Η συνάρτηση  $f(x) = -3 + 3\eta\mu 10x$  έχει ελάχιστη τιμή 0 ..... Σ - Λ

(4 × 6 = 24 Μονάδες)

2. Δείξτε ότι για κάθε  $\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi, k \in \mathbb{Z}$ :

$$\varepsilon\phi(\alpha) \cdot \left(1 - \sigma\phi^2(\alpha) + \eta\mu(\alpha)\sigma\upsilon\nu(\alpha)\right) + \sigma\phi(\alpha) \cdot \left(1 - \varepsilon\phi^2(\alpha) + \eta\mu(\alpha)\sigma\upsilon\nu(\alpha)\right) = 1$$

(20 Μονάδες)

3. (α) Δείξτε ότι υπάρχουν γωνίες  $x$  έτσι ώστε:  $\eta\mu(x) = \frac{3}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu(x) = \frac{4}{5}$ .

(β) Να λυθεί ως προς  $x$  η εξίσωση:  $2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(x) + 3 \cdot \sigma\upsilon\nu(x) = 2$

(8 + 18 = 26 Μονάδες)

4. Έστω η συνάρτηση  $h(x) = 1 - \eta\mu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$ .

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης.

(γ) Να βρείτε την περίοδο της  $h(x)$ .

(δ) Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f(x) = h(x) - \left|\eta\mu\left(\frac{x}{2} + \pi\right)\right|$  είναι σταθερή στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .

(ε) Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = 1 - \sqrt{2}$  στο διάστημα  $(2\pi, 4\pi)$ .

(2 + 8 + 3 + 7 + 10 = 30 Μονάδες)

Καλή Επιτυχία



# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>5</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Α

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό - Λάθος**

- (α) Αν ο διαιρέτης ενός πολυωνύμου είναι δευτέρου βαθμού, τότε ο βαθμός του υπολοίπου είναι το πολύ 1.
- (β) Αν για το πολυώνυμο  $P(x)$  ισχύει:  $P(x) = (x^2 - 3)Q(x)$  με  $Q(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , τότε  $P(3) = P(-3) = 0$ .
- (γ) Αν ο ακέραιος  $\mu$  είναι ρίζα ενός πολυωνύμου  $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , με  $a_i \in \mathbb{R}^*$ , τότε το  $\mu$  είναι πάντα διαιρέτης του σταθερού όρου  $a_0$ .
- (δ) Αν για το πολυώνυμο  $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , με  $a_i \in \mathbb{R}^*$ , ισχύει  $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$  τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1.
- (ε) Η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $p(x)$  δια το πολυώνυμο  $q(x)$  είναι μια διαδικασία εύρεσης δύο πολυωνύμων  $\pi(x)$  και  $u(x)$  έτσι ώστε να ισχύει η ταυτότητα  $p(x) = q(x) \cdot \pi(x) + u(x)$ .

(3 × 5 = 15 Μονάδες)

2. Δίδεται το πολυώνυμο  $p(x) = 2x^4 - x^3 - 2\kappa x + \kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

- (α) Να βρεθεί το  $\kappa$  έτσι ώστε το πολυώνυμο να έχει παράγοντα τον  $x - 2$ .
- (β) Για την τιμή του  $\kappa$  που βρήκατε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:
- Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής του οριζόντιου άξονα με το γράφημα του πολυωνύμου.
  - Να βρείτε για ποιές τιμές του  $x$  το γράφημα του πολυωνύμου είναι κάτω από τον οριζόντιο άξονα.

(10 + 20 + 20 = 50 Μονάδες)

3. Δίδεται το πολυώνυμο:  $p(x) = -5x^6 - 3x^2 - 4$

- (α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $p(x) = 0$  δεν έχει ρίζα πραγματικό αριθμό.
- (β) Αν  $\omega \in \mathbb{R}$ , να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  ισχύει  $p(x) > p(\omega)$ .
- (γ) Να λυθεί ως προς  $x$  η ανίσωση:  $p(x) > -12$ .

(7 + 20 + 8 = 35 Μονάδες)

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2<sup>ου</sup> 4<sup>νου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>6</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ - Α

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό - Λάθος**

- (α) Αν ο διαιρέτης ενός πολυωνύμου είναι δευτέρου βαθμού, τότε ο βαθμός του υπολοίπου είναι 1.
- (β) Αν για το πολυώνυμο  $P(x)$  ισχύει:  $P(x) = (x^2 - 2)Q(x)$  με  $Q(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , τότε  $P(\sqrt{2}) = P(-\sqrt{2}) = 0$ .
- (γ) Αν ο ακέραιος  $\mu$  είναι ρίζα ενός πολυωνύμου  $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , με  $a_i \in \mathbb{Q}^*$ , τότε το  $\mu$  είναι διαιρέτης του σταθερού όρου  $a_0$ .
- (δ) Αν για το πολυώνυμο  $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , με  $a_i \in \mathbb{R}^*$ , ισχύει  $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$  τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 0.
- (ε) Η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $p(x)$  δια το πολυώνυμο  $q(x)$  είναι μια διαδικασία εύρεσης δύο πολυωνύμων  $\pi(x)$  και  $u(x)$  έτσι ώστε να ισχύει η ταυτότητα  $p(x) = q(x) \cdot \pi(x) + u(x)$  με  $0 \leq \deg(u(x)) < \deg(q(x))$ .

(3 × 5 = 15 Μονάδες)

2. Δίδεται το πολυώνυμο  $p(x) = \kappa x^4 + \kappa x^3 - 5x^2 - x + \kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

- (α) Να βρεθεί το  $\kappa$  έτσι ώστε το πολυώνυμο να έχει παράγοντα τον  $x - 1$ .
- (β) Για την τιμή του  $\kappa$  που βρήκατε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα :
- Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής του οριζόντιου άξονα με το γράφημα του πολυωνύμου.
  - Να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  το γράφημα του πολυωνύμου είναι πάνω από τον οριζόντιο άξονα.

(10 + 20 + 20 = 50 Μονάδες)

3. Δίδεται το πολυώνυμο:  $p(x) = -4x^6 - 7x^2 - 12$

- (α) Να αποδείξετε ότι το  $p(x)$  δεν έχει παράγοντα της μορφής  $x - \rho, \rho \in \mathbb{R}$ .
- (β) Αν  $t \in \mathbb{R}$ , να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  ισχύει  $p(x) < p(t)$ .
- (γ) Να λυθεί ως προς  $x$  η ανίσωση:  $p(x) < -23$ .

(7 + 20 + 8 = 35 Μονάδες)

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>7</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ Β

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό - Λάθος**

- (α) Αν ο διαιρέτης ενός πολυωνύμου είναι τρίτου βαθμού, τότε ο βαθμός του υπολοίπου είναι το πολύ 3.
- (β) Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα τον  $x - 3$ , τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x - 3$  είναι μηδενικού βαθμού.
- (γ) Δύο πολυώνυμα  $p(x)$  και  $q(x)$  είναι ίσα αν έχουν τους ίδιους συντελεστές.
- (δ) Το γινόμενο δύο πολυωνύμων  $p(x)$  και  $q(x)$  έχει βαθμό ίσο με το άθροισμα των βαθμών των  $p(x)$  και  $q(x)$ .
- (ε) Η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $p(x)$  δια το πολυώνυμο  $q(x)$  είναι μια διαδικασία εύρεσης δύο πολυωνύμων  $\pi(x)$  και  $u(x)$  έτσι ώστε να ισχύει η ταυτότητα  $p(x) = q(x) \cdot \pi(x) + u(x)$ .

(3 × 5 = 15 Μονάδες)

2. Δίδεται το πολυώνυμο  $p(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2\kappa x - \kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

- (α) Να βρεθεί το  $\kappa$  έτσι ώστε το πολυώνυμο να έχει παράγοντα τον  $x - 1$ .
- (β) Για την τιμή του  $\kappa$  που βρήκατε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:
  - i. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής του οριζόντιου άξονα με το γράφημα του πολυωνύμου.
  - ii. Να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  το γράφημα του πολυωνύμου είναι πάνω από τον οριζόντιο άξονα.

(10 + 20 + 20 = 50 Μονάδες)

3. Δίδεται το πολυώνυμο:  $P(x) = -3x^6 - 4x^2 - 3$

- (α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $P(x) = 0$  δεν έχει ρίζα πραγματικό αριθμό.
- (β) Αν  $t \in \mathbb{R}$ , να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  ισχύει  $P(x) \leq P(t)$ .
- (γ) Να λυθεί ως προς  $x$  η ανίσωση:  $P(x) \leq -10$

(7 + 20 + 8 = 35 Μονάδες)

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2<sup>ου</sup> 4<sup>ου</sup> ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ<sup>8</sup>

ΟΝΟΜ/ΜΟ : .....

## ΟΜΑΔΑ - Β

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό - Λάθος**

- (α) Αν ο διαιρέτης ενός πολυωνύμου είναι δευτέρου βαθμού, τότε ο βαθμός του υπολοίπου είναι το πολύ 1.
- (β) Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα τον  $x$ , τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x$  είναι μη-μηδενικού βαθμού.
- (γ) Δύο πολυώνυμα  $p(x)$  και  $q(x)$  είναι ίσα αν έχουν τους συντελεστές των ομοβαθμίων μονονύμων ίσους και τον ίδιο βαθμό.
- (δ) Το γινόμενο δύο πολυωνύμων  $p(x)$  και  $q(x)$  έχει βαθμό μεγαλύτερο από το άθροισμα των βαθμών των  $p(x)$  και  $q(x)$ .
- (ε) Η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $p(x)$  δια το πολυώνυμο  $q(x)$  είναι μια διαδικασία εύρεσης δύο πολυωνύμων  $\pi(x)$  και  $u(x)$  έτσι ώστε να ισχύει η ταυτότητα  $p(x) = q(x) \cdot \pi(x) + u(x)$  με  $\deg(p(x)) < \deg(q(x))$ .

(3 × 5 = 15 Μονάδες)

2. Δίδεται το πολυώνυμο  $p(x) = \kappa \cdot x^4 - x^3 - 16x + 4\kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

- (α) Να βρεθεί το  $\kappa$  έτσι ώστε το πολυώνυμο να έχει ρίζα τον αριθμό  $-2$ .
- (β) Για την τιμή του  $\kappa$  που βρήκατε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:
  - i. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής του οριζόντιου άξονα με το γράφημα του πολυωνύμου.
  - ii. Να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  το γράφημα του πολυωνύμου είναι κάτω από τον οριζόντιο άξονα.

(10 + 20 + 20 = 50 Μονάδες)

3. Δίδεται το πολυώνυμο:  $p(x) = -2x^6 - 6x^2 - 3$

- (α) Να αποδείξετε ότι το  $p(x)$  δεν έχει παράγοντα της μορφής  $x - \rho$ ,  $\rho \in \mathbb{R}$ .
- (β) Αν  $t \in \mathbb{R}$ , να βρείτε για ποιές τιμές της πραγματικής μεταβλητής  $x$  ισχύει  $p(x) \geq p(t)$ .
- (γ) Να λυθεί ως προς  $x$  η ανίσωση:  $p(x) \geq -11$ .

(7 + 20 + 8 = 35 Μονάδες)