Symmetry

Very powerful concept in Mathematics.

$$\mathcal{I}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{J}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

Symmetry

Very powerful concept in Mathematics.

$$\mathcal{I}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{J}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{I}_k + \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow \mathcal{I}_k = \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{4}, \forall k$$

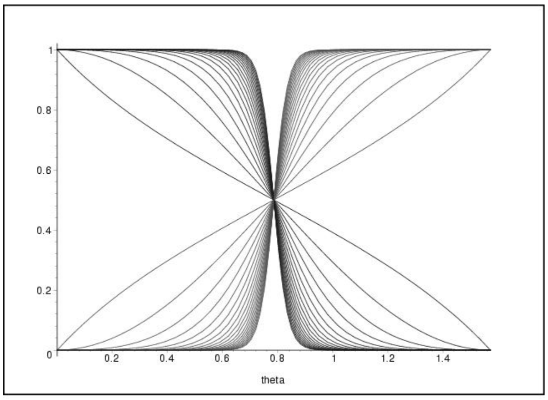
Symmetry

Very powerful concept in Mathematics.

$$\mathcal{I}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{J}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{I}_k + \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow \mathcal{I}_k = \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{4}, \forall k$$



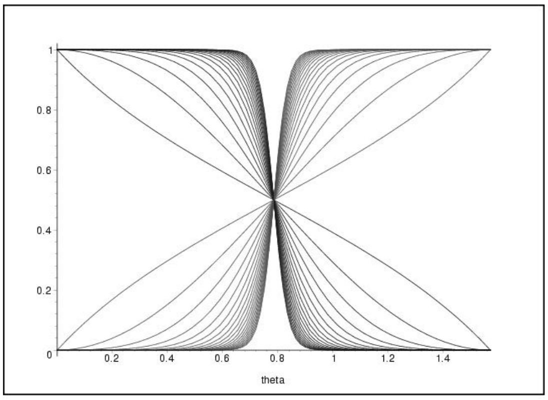
Symmetry

Very powerful concept in Mathematics.

$$\mathcal{I}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

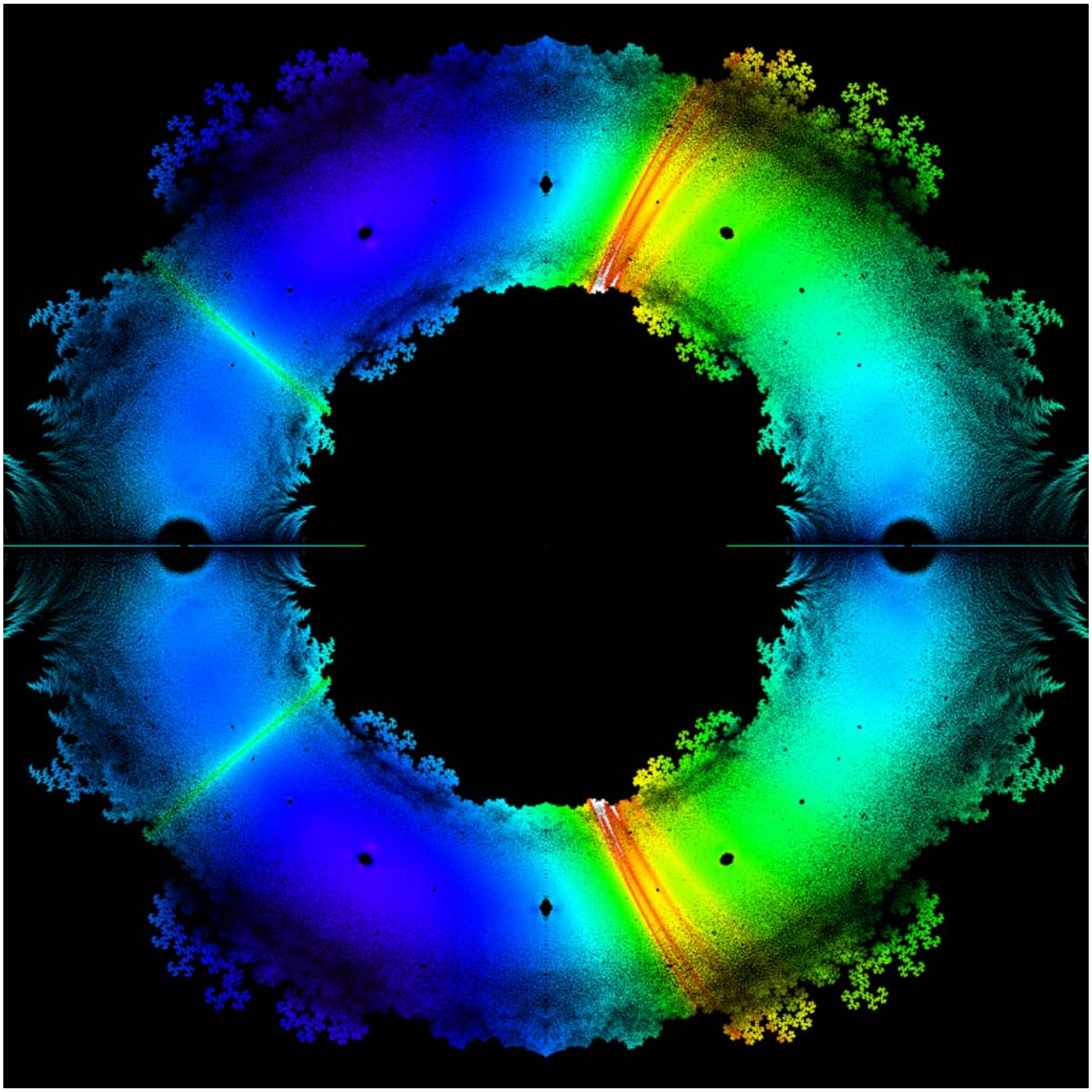
$$\mathcal{J}_k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^k(\theta)}{\cos^k(\theta) + \sin^k(\theta)} d\theta$$

$$\mathcal{I}_k + \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow \mathcal{I}_k = \mathcal{J}_k = \frac{\pi}{4}, \forall k$$



However: $\mathcal{I}_k, \mathcal{J}_k$ return unevaluated (or wrong) in some versions of CAS for sufficiently big k.

ΡΙΖΕΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ ΜΕ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ 0 ΚΑΙ 1



EXPERIMENTAL MATHEMATICS
J. Borwein et al.

ΤΥΠΟΣ ΗΡΩΝΑ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΑ ΓΙΑ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΜΗΚΩΝ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΤΟΥ

ΜΕΤΡΙΚΑ Α, ΕΔΑΦΙΟ 18, ΧΩΡΙΟ η **(ιστοσελίδα ΕΜΕ, επιμέλεια Χ. Κηπουρός)**

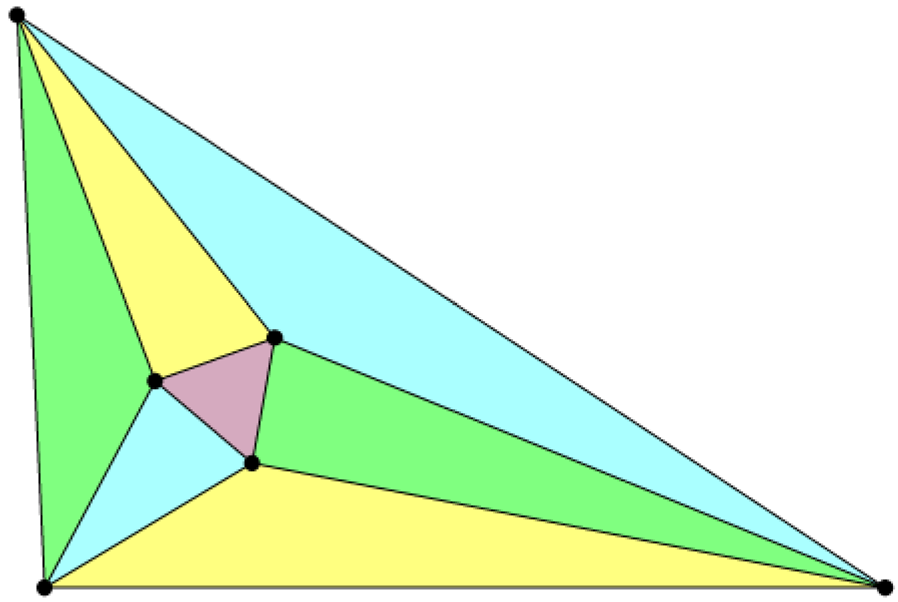
η. Ἔστι δὲ καθολικὴ μέθοδος ὥστε τριῶν πλευρῶν δοθεισῶν οἱουδηποτοῦν τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν χωρὶς καθέτου· οἷον ἔστωσαν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ μονάδων ζ, η, θ. σύνθες τὰ ζ καὶ τὰ η καὶ τὰ θ· γίγνεται κδ. τούτων λαβὲ τὸ ἥμισυ· γίγνεται ιβ. ἄφελε τὰς ζ μονάδας· λοιπαὶ ε. πάλιν ἄφελε ἀπὸ τῶν ιβ τὰς η· λοιπαὶ δ. καὶ ἔτι τὰς θ· λοιπαὶ γ. ποίησον τὰ ιβ ἐπὶ τὰ ε· γίγνονται ξ. ταῦτα ἐπὶ τὸν δ· γίγνονται σμ· ταῦτα ἐπὶ τὸν γ· γίγνεται ψκ· τούτων λαβὲ πλευρὰν καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν αἱ ψκ ῥητὴν τὴν πλευρὰν οὐκ ἔχουσι,

$$\mathrm{E} = \sqrt{\tau\left(\tau-\alpha\right)\left(\tau-\beta\right)\left(\tau-\gamma\right)} \qquad \tau = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$$

Heron-Qin formula

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ MORLEY (circa 1899)

Σε ένα οποιοδήποτε τρίγωνο, τα τρία σημεία τομής των παρακειμένων τριχοτόμων των γωνιών του, σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο.



Απόδειξη με Συμβολικό Υπολογισμό στο Λογισμικό MAPLE
(χωρίς χρήση συντεταγμένων, Αναλυτική Γεωμετρία)

- **αρκεί να αποδειχτεί ότι δύο από τις πλευρές είναι ισομήκεις**

- **τα μήκη των πλευρών δεν είναι (αλγεβρικά) ανεξάρτητες ποσότητες**

- **νόμοι ημιτόνων, νόμοι συνημιτόνων, εμβαδά τριγώνων (τύπος Ηρωνα, τύπος δύο πλευρών και ημιτόνου γωνίας)**

- **συμβολική απλοποίηση υπέρμετρα μεγάλων τριγωνομετρικών πολυωνύμων, η οποία επιτυγχάνεται στο MAPLE**