

# *Ασκήσεις Γεωμετρίας με JGEX*

Λυγάτσικας Ζήνων - ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου Σχολής

3 Μαρτίου 2015

# Το πρόβλημα

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΕΒΧ

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

**Η Γαλλική Σχολή:** αποσκοπεί στην ανάπτυξη της χρήσης της δυναμικής γεωμετρίας με την βοήθεια μαθημάτων-σεναρίων τα οποία τελειοποιούνται συνεχώς. Αναδεικνύει νέους τύπους προβλημάτων, όπως κάποιες πτυχές γεωμετρικών κατασκευών, αλλά κυρίως προβλήματα που εξυπηρετούνται από το ίδιο το λογισμικό όπως τον προσδιορισμό ιδιοτήτων ενός δυναμικού διαγράμματος, μέσω της κίνησης.

**Μπορεί να εξελιχθεί σε μια στοχευμένη εκμάθηση του software και των αδυναμιών του.**

**Το αγγλοσαξονικό μοντέλο:** Πριμοδοτεί την καθοδηγούμενη ανακάλυψη μέσα από μια σειρά διαφορετικών παιδαγωγικών προσεγγίσεων. Αυτό οδήγησε σε προσωπικές επιλογές και προσωπική διαχείριση του λογισμικού για αποφυγεί ανεξέλεκτων αποκλίσεων από μαθητή σε μαθητή.

**Μπορεί να θεωρηθούν οι λογισμικές ατέλειες σαν ευκαιρίες ανάπτυξης της κριτικής σκέψης και ενίσχυσης της μαθηματικής κατανόησης. Πράγμα εντελώς ξένο με τα μαθηματικά.**

## Δυνατότητες ΣΑΑ

- 1 Δυνατότητα απόκτησης διορατικότητας και διαίσθησης.
- 2 Δημιουργία τράπεζας αποτελούμενη από τις υποκρύπτουσες μαθηματικές ιδιότητες των γραφικών απεικονίσεων.
- 3 Δυνατότητα δοκιμής και επαλήθευσης εικασιών.
- 4 Εξερεύνηση ενός αποτελέσματος για να δούμε αν αξίζει τον κόπο μια απόδειξη.
- 5 Υπόδειξη προσεγγίσεων για αυθεντική μαθηματική απόδειξη.
- 6 Αντικατάσταση πολυπλόκων πράξεων με αποτελέσματα που εξάγονται από υπολογιστή.
- 7 Επιβεβαίωση αναλυτικών παραγομένων αποτελεσμάτων.
- 8 Αλγεβροποίηση γεωμετρικών καταστάσεων.

Ανάγνωση  
Γεωμετρίας με  
ΣΑΑ

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

# Ταξινόμηση ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΕΔΧ

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

## 1 Ντετερμινιστικά ΣΔΓ

Είναι τα συστήματα όπου όλες οι μεταβλητές της κατασκευής οδηγούν **σε μια** έξοδο. Μας ενδιαφέρει η **σταθερότητα** των **ιδιοτήτων** παρά **των αντικειμένων**.

## 2 Συνεχή ΣΔΓ

Συνεχή είναι τα συστήματα στα οποία ένα στοιχείο του σχήματος κινείται κάτω από τις αλλαγές κάποιων παραμέτρων τα υπόλοιπα στοιχεία κινούνται **κατα έναν συνεχή** τρόπο και δεν εξαφανίζονται σε μια θέση για να εμφανισθούν σε μια άλλη. Η συνέχεια είναι σημαντικός παράγοντας που επιτρέπει τον χρήση **να ταυτοποιεί** σημεία και γεωμετρικά σχήματα κατά την διάρκεια της μετακίνησης. Η συνέχεια εξασφαλίζει την **ταυτότητα** των γεωμετρικών αντικειμένων.

συνέχεια  $\Leftrightarrow$  ντετερμινισμός

# Ντετερμινιστικά ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
JGEX

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

# Συνεχή ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
JGEX

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

# Άλγεβρα και ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
GeoGebra

Λυγιάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

**Κατασκευή παραλλήλου από σημείου εκτός ευθείας Lemoine - GeoGebra**

# Άλγεβρα και ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
GeX

Λυγιάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

**Κατασκευή παραλλήλου από σημείου εκτός ευθείας Lemoine - GeX**



# Άλγεβρα και ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
GeoGebra

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

**Σημεία τομής καμπυλών GeoGebra**

# Άλγεβρα και ΣΔΓ

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

**Σημεία τομής 2 καμπυλών Cinderella**

# Νέο Θεώρημα

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
JGBX

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

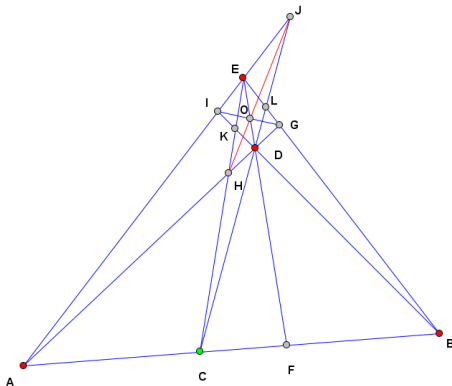
**Δίδονται 3 συνευθειακά σημεία  $A, C, B$ , τα  $E$  και  $D$  είναι σημεία εκτός της  $AB$ . Έστω:  
 $F = ED \cap AB, I = DB \cap AC, J = CD \cap AE, L = BE \cap CD, G = BE \cap AD, K = CE \cap DB,$   
 $H = EC \cap AD, O = IG \cap ED$ . Τότε τα  $O, J, H$  είναι συνευθειακά.**

```
Wu
h6: x7x16 + (-x8 + x6)x15 - x6x7 = 0
h7: (x7x10 + (-x8 + x6)x9 - x4x7)x17 + (-x6 + x4)x7x9
h8: x7x18 + (-x8 + x6)x17 - x6x7 = 0
h9: (x7x10 - x8x9 - x4x7)x19 + x4x7x9 = 0
h10: x9x20 + (-x10 + x4)x19 - x4x9 = 0
h11: (x7x10 + (-x8 + x4)x9 - x6x7)x21 + (x6 - x4)x7x9
h12: x9x22 + (-x10 + x6)x21 - x6x9 = 0
h13: (x7x10 - x8x9 - x6x7)x23 + x6x7x9 = 0
h14: x9x24 + (-x10 + x6)x23 - x6x9 = 0
h15: (x9 - x7)x20 + (-x10 + x8)x19 + (-x9 + x7)x14 +
h16: (x19 - x13)x26 + (-x20 + x14)x25 + x13x20 - x14

The Conclusion (CONC):
J, O, H are collinear
(x23 - x15)x26 + (-x24 + x16)x25 + x15x24 - x16x23

Successive Pseudo Remainder of CONC wrpt TS
R_17 = [x26, 6]
R_16 = prem(R_17, h_16) = [x25, 16]
R_15 = prem(R_16, h_15) = [x24, 88]
R_14 = prem(R_15, h_14) = [x23, 136]
R_13 = prem(R_14, h_13) = [x20, 123]
R_12 = prem(R_13, h_12) = [x20, 123]
R_11 = prem(R_12, h_11) = [x20, 123]
R_10 = prem(R_11, h_10) = [x19^2, 200]
R_9 = prem(R_10, h_9) = [x16, 224]
R_8 = prem(R_9, h_8) = [x16, 224]
R_7 = prem(R_8, h_7) = [x16, 224]
R_6 = prem(R_7, h_6) = [x15, 248]
R_5 = prem(R_6, h_5) = [x14, 143]
R_4 = prem(R_5, h_4) = [x13^2, 124]
R_3 = prem(R_4, h_3) = [0, 0]
Remainder = R_3 = 0

The conclusion is true
```



# Αποδεικτική 1 σελ. 48

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
GEX

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

- 1 Κατασκευάστε τις διχοτόμους από το μενού επιλογής.
- 2 Κατασκευάστε τις διχοτόμους με την γνωστή γεωμετρική κατασκευή.

The screenshot shows a geometry software window with a blue background. In the center, an isosceles triangle ABC is shown with vertex C at the top and base AB at the bottom. Two bisectors, AD and BE, are drawn from the base angles A and B respectively, meeting at a point. The software interface includes a top menu bar with options like 'Droites', 'Cercles', 'Angles', 'Polygones', 'Tous', 'Calculs', and 'Pause'. Below the menu, there are several panels. The 'Données : 164' panel lists various geometric facts in French, such as '(AE) est la bissectrice de l'angle A BAC' and 'ABC et A CED sont des angles correspondants'. The 'Proposition(s) 311' panel is highlighted and lists properties like '(AB) est parallèle à (DE)' and '(AB) est perpendiculaire à (D1)'. The bottom status bar shows '(D1)' and '(D2)'.



## Σύνθετα 3 σελ. 48

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

Λυγίστικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

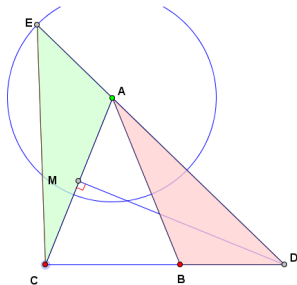
Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Έστω ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η μεσοκάθετος της πλευράς  $A\Gamma$  τέμνει την προέκταση της  $\Gamma B$  στο  $\Delta$ . Προεκτείνουμε τη  $\Delta A$  κατά τμήμα  $AE = \Delta B$ . Να αποδείξετε ότι:

- 1 το τρίγωνο  $\Delta A\Gamma$  είναι ισοσκελές.
- 2 το τρίγωνο  $\Gamma \Delta E$  είναι ισοσκελές.



1.  $ACE = BAD$

## Σύνθετα 3 σελ. 88

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

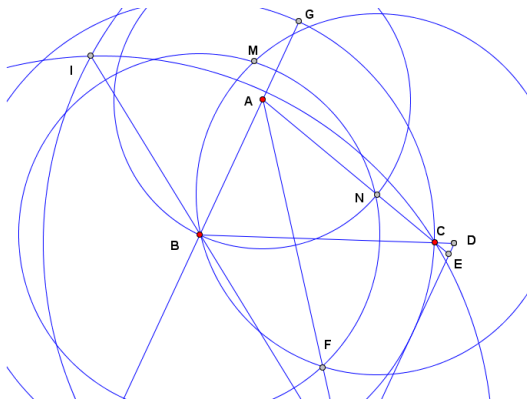
Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Από το παράκεντρο  $I_a$  τριγώνου  $ABC$  ( $AB < AC$ ), φέρουμε παράλληλη στην  $AB$ , που τέμνει τις πλευρές  $BC$  και  $AC$  στα σημεία  $D$  και  $E$  αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι  $DE = AE - BD$ .



# Άσκηση 1 σελ. 121

Άσκησης  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

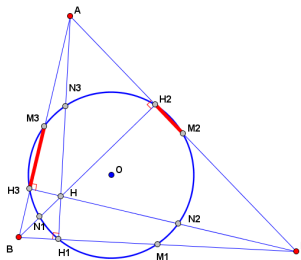
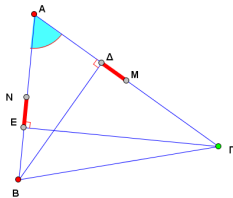
Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\beta \neq \gamma$ ), με  $\widehat{A} = 60^\circ$ , τα ύψη του  $B\Delta$ ,  $\Gamma E$  και τα μέσα  $M$ ,  $N$  των  $AB$ ,  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι  $ME = N\Delta$ .





# Άσκηση 1 σελ. 121 - Κατασκευή τριγώνου με γωνία $\hat{A} = 60^\circ$

Άσκησης  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

Λυγίστικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

## Άσκηση 1 σελ. 121 - Γενίκευση

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
GeoGebra

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

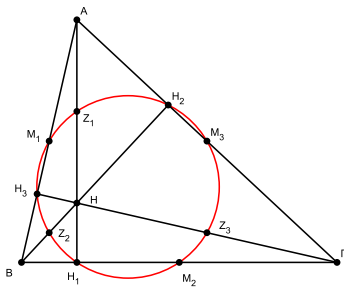
Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Άσκηση 8 σελίδα 145 σχολικό Γεωμετρία

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και το ορθόκεντρο του  $H$ . Αν  $M_1, M_2, M_3$  είναι τα μέσα των  $B\Gamma, \Gamma A, AB$  αντίστοιχα,  $AH_1, BH_2, \Gamma H_3$  τα ύψη του και  $Z_1, Z_2, Z_3$  τα μέσα των  $HA, HB, H\Gamma$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- 1 το τετράπλευρο  $H_1M_1M_2M_3$  είναι εγγράψιμο,
- 2 το τετράπλευρο  $Z_1H_1M_1M_2$  είναι εγγράψιμο,
- 3 τα σημεία  $M_i, H_i, Z_i, i = 1, 2, 3$  είναι ομοκυκλικά (Κύκλος των 9 σημείων ή κύκλος του Euler).



## Chou A111-2

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥGEX

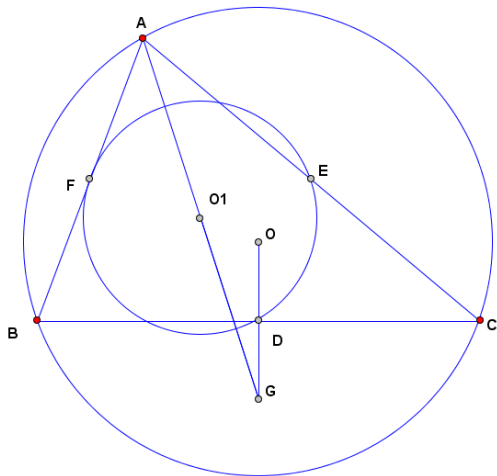
Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

Δίδεται τρίγωνο  $ABC$ . Το συμμετρικό του περικέντρου,  $O$ , ως προς την  $BC$  ταυτίζεται με συμμετρικό της κορυφής  $A$  με κέντρο το κέντρο του κύκλου του Euler,  $O_1$ .



# Σχολικό - Επιλογή

Ασκήσεις  
Γεωμετρίας με  
ΥΓΕΧ

Λυγάτσικας Ζήνων -  
ΠΠ ΓΕΛ Βαρβακείου  
Σχολής

Εισαγωγή

Νέα Θεωρήματα

Παραδείγματα

- 1 Αποδεικτική 1 σελ. 111
- 2 Αποδεικτική 7 σελ. 111
- 3 Αποδεικτική 9 σελ. 111
- 4 Σύνθετα 4 σελ. 112