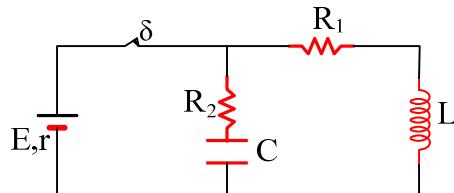


Ρυθμοί σε μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται $E=40V$, $r=1\Omega$, $C=20\mu F$, το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,2mH$ και $R_1=4\Omega$, ενώ ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα.



- Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;
- Σε μια στιγμή, έστω $t_0=0$, ανοίγουμε το διακόπτη δ . Αμέσως μετά (την στιγμή t_0^+), να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής:
 - Της ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας του πηνίου
 - Του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

Να εξετασθούν οι περιπτώσεις:

- A) $R_2=0$ και
B) $R_2=6\Omega$

Απαντήσεις:

- Με τον διακόπτη κλειστό, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{40V}{4\Omega + 1\Omega} = 8A$$

Ενώ ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με θετικό τον πάνω οπλισμό του και τάση $V_C=V_{πολ}=E-I_1r$ ή

$$V_C=40V-8\cdot1V=32V.$$

Έτσι το πηνίο έχει ενέργεια $U_B=\frac{1}{2}LI_1^2=\frac{1}{2}0,2\cdot10^{-3}\cdot8^2J=6,40\cdot10^{-3}J$

Και ο πυκνωτής $U_E=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}20\cdot10^{-6}\cdot32^2J=10,24\cdot10^{-3}J$

- Μόλις ανοίξουμε το διακόπτη έχουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος που το πηνίο συνεχίζει λόγω αυτεπαγωγής να διαρρέεται από ρεύμα, της ίδιας φοράς, όπως και πριν το άνοιγμα του διακόπτη.

A) Αν $R_2=0$, τότε η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_1 είναι:

$$V_{AD}=V_R=i\cdot R_1=8\cdot4V=32V,$$

όση είναι και η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή V_{BG} , συνεπώς η

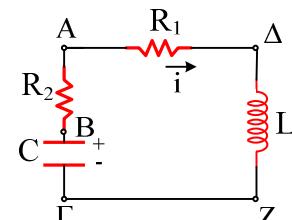
τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδενική. Πράγματι από 2^o κανόνα του Kirchhoff έχουμε :

$$V_{AD}+V_{ΔZ}+V_{ZΓ}+V_{ΓB}+V_{BA}=0,$$

Αλλά $V_{BA}=V_{ZΓ}=0$ και $V_{ΓB}=-32V \rightarrow 32V+V_{ΔZ}-32V=0 \rightarrow V_{ΔZ}=0$.

a) Αφού ο πυκνωτής εκφορτίζεται:

$$\frac{dU_E}{dt}=-|V_c|\cdot i=-32\cdot8J/s=-256J/s,$$



$$\text{Ev}\omega \frac{dU_B}{dt} = V_{\Delta Z} \cdot i = 0$$

β) Για τους ζητούμενους ρυθμούς έχουμε:

$$\frac{dq}{dt} = i = -8C/s, \text{ ev} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = 0$$

$$B) Av R_2 = 6\Omega$$

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, $V_{\Gamma\Delta} = i \cdot (R_1 + R_2) = 8 \cdot 10V = 80V$, οπότε με εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε ξανά:

$$V_{BA} + V_{A\Delta} + V_{\Delta Z} + V_{Z\Gamma} + V_{\Gamma B} = 0 \quad \text{[1]}$$

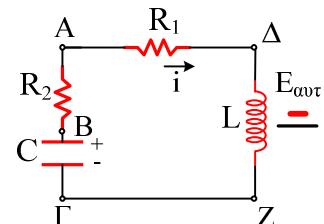
$$80V + V_{\Delta Z} + 0 - 32V = 0 \quad \text{[J]}$$

$$V_{AZ} = -48V$$

Το αποτέλεσμα μας λέει ότι στο πηνίο εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, με

πολικότητα όπως στο διπλανό σχήμα με τιμή $E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} = -48V$

- a) Κατά συνέπεια και ο πυκνωτής προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα (εκφορτίζεται), αλλά το ίδιο κάνει και το πηνίο, λειτουργώντας σαν πηγή.



$$\frac{dU_E}{dt} = -|V_c| \cdot |i| = -32 \cdot 8 J / s = -256 J / s \text{ kai}$$

$$\frac{dU_B}{dt} = -|E_{av\tau}| \cdot |i| = -48 \cdot 8 J.s = -384 J / s$$

β) Για τους ζητούμενους ρυθμούς έχουμε:

$$\frac{dq}{dt} = i = -8C/s, \text{ ev}\dot{\omega} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{-48}{2 \cdot 10^{-4}} A/s = 24 \cdot 10^4 A/s$$

Σχόλια:

- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, είναι αυτή που διαρρέει την στιγμή t_0 το πηνίο με τιμή $I_1=8$ A. Όταν αναφερόμαστε όμως στην ηλεκτρική ταλάντωση που θα ακολουθήσει, αυτή η ένταση θεωρείται αρνητική, δηλαδή $i_1 = -8$ A, αφού έχει φορά προς τον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.
 - Στην περίπτωση που $R_2=0$, το ισοδύναμο κύκλωμα είναι αυτό που εμφανίζεται στο σχέδιο. Στο κύκλωμα υπάρχει μια πραγμή (ο πυκνωτής), και μια αυτίσταση R_1 .

Αν γράφαμε το νόμο του Ohm θα είχαμε $i = \frac{V}{R}$, όπου V η τάση μεταξύ των ο-

πλισμών του πυκνωτή, την οποία παίρνουμε πάντα σαν μια θετική ποσότητα, αλλά τότε και η ένταση του ρεύματος θα είχε θετικό πρόσημο.

Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη είναι ίσος με :

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = P_{R_I} = i^2 \cdot R_I = 8^2 \cdot 4W = 256W$$

ίσος με τον ρυθμό με τον οποίο παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα ο πυκνωτής και με τον οποίο μειώνεται η

ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου ($\frac{dU_E}{dt} = -256 \text{ J/s}$)

- 3) Στην περίπτωση που $R_2=6\Omega$, το αντίστοιχο ισοδύναμο κύκλωμα είναι του διπλανού σχήματος, όπου έχουμε δύο πηγές που συνδέονται σε σειρά, συνεπώς ο νόμος του Ohm θα γραφόταν:

$$i = \frac{V_c + E_{av\tau}}{R}$$

όπου θα αντικαταστούσαμε $V_c=32V$ και $E_{av}=48V$ και θα υπολογίζαμε μια θετική ένταση ρεύματος $i=8A$.

Στην περίπτωση όμως που θεωρούμε αρνητική την ένταση του ρεύματος, ουσιαστικά θεωρούμε ότι:

$V_c = -32V$ και $E_{app} = -48V$.

Στην περίπτωση αυτή, πάνω στους αντιστάτες παράγεται θερμότητα με ρυθμό:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = P_{R_{o\lambda}} = i^2 \cdot R_{o\lambda} = 8^2 \cdot 10W = 640W$$

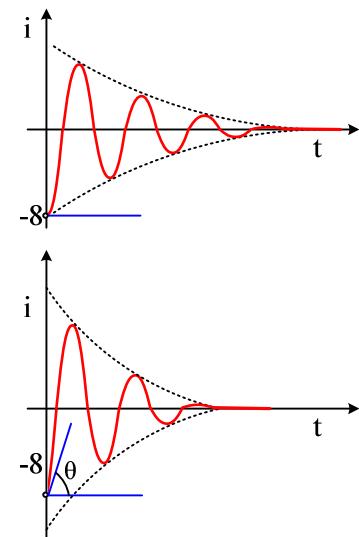
ίσος με τον ρυθμό με τον οποίο παρέχουν ενέργεια στο κύκλωμα ο πυκνωτής και το πηνίο και με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου ($\frac{dU_E}{dt} = -256 J/s$) και η ενέργεια του μαγνητικού

πεδίου του πηνίου ($\frac{dU_B}{dt} = -384J/s$. Πράγματι $256W + 384W = 640W$.

- 4) Οι γραφικές παραστάσεις της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα θα έχουν τις μορφές που φαίνονται στο σχήμα (ποιοτικά διαγράμματα).

Ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος είναι ίσος με την κλίση στα διαγράμματα αυτά.

Έτσι στο πρώτο διάγραμμα η ένταση παρουσιάζει ακρότατο και η κλίση της (η πρώτη παράγωγος) είναι μηδενική, ενώ στο δεύτερο έχει θετική τιμή. Τι σημαίνει θετική τιμή; Όχι ότι το ρεύμα αυξάνεται κατ' απόλυτο τιμή, αλλά αυξάνεται αλγεβρικά. (Αν μπορούσε ένα αμπερόμετρο να μας δείξει το ρεύμα θα έδειχνε ότι η ένταση μειώνεται και αυτό είναι λογικό, αφού το πηνίο προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα, μειώνεται η ενέργειά του, συνεπώς και το ρεύμα που το διαρρέει).



Υ.Γ. Αφιερώνεται στους μαθητές μου της Θετικής κατεύθυνσης, σαν συνέχεια της συζήτησης στην τάξη, για τα πρόσημα στην ηλεκτρική ταλάντωση, αλλά και σαν ένα βήμα παραπέρα:

Όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται, μεταφέρεται ενέργεια στο πηνίο. Είναι πάντα σωστή η πρόταση αυτή ή μπορεί να είναι και λάθος;

Ισχύει κάποια δεδομένη σχέση μεταξύ των δύο ρυθμών μεταβολής της ενέργειας του πηνίου και του πυκνωτή;

dmargaris@sch.gr