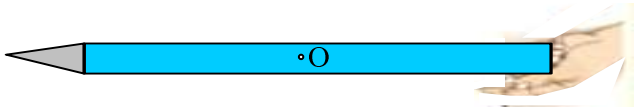
Μια σύνθετη κίνηση ενός μολυβιού.

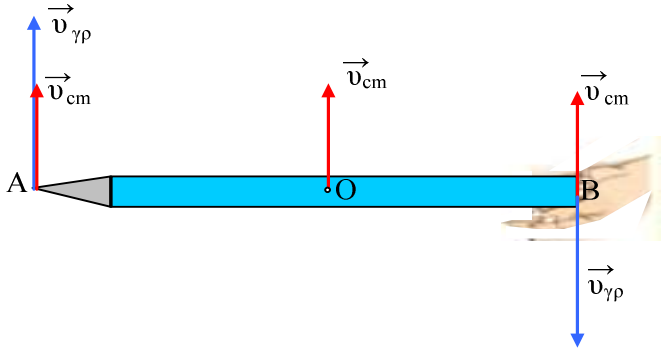
Διαθέτουμε ένα μολύβι μήκους 20cm, το οποίο κρατάμε στο χέρι μας σε οριζόντιο θέση. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε κατακόρυφα το μολύβι, το οποίο ξαναπιάνουμε μετά από 0,4s, στην ίδια θέση, με τον ίδιο προσανατολισμό, ενώ στο μεταξύ το μολύβι έχει κάνει δύο περιστροφές στον αέρα.



Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο άκρων του μολυβιού, τη στιγμή που εγκαταλείπει το χέρι μας. Θεωρείστε ότι το κέντρο μάζας του μολυβιού το μέσον του Ο και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

Αφού το μολύβι εκτέλεσε δύο περιστροφές, αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή της εκτόξευσης έχει και μεταφορική ταχύτητα υ_{cm}, αλλά και αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0, με αποτέλεσμα οι ταχύτητες των δύο άκρων του Α και Β, να είναι αυτές που σημειώνονται στο σχήμα.



Η μεταφορική κίνηση είναι μια κατακόρυφη βολή για την οποία ισχύει:

$$y=\upsilon_{cm}\cdot t-\tfrac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

Το σώμα όμως επιστρέφει μετά από χρόνο t=0,4s, συνεπώς τότε y=0 και η (1) δίνει:

$$\upsilon_{cm}=\frac{gt}{2}=2m/s$$

Έχει όμως εκτελέσει δύο περιστροφές στον αέρα, συνεπώς η περίοδος της στροφικής κίνησής του είναι T=0,2s, άρα:

$$\omega=2\pi/T=10\pi \text{ rad/s}.$$

Με βάση τα παραπάνω έχουμε για τις ταχύτητες των δύο άκρων:

$$\upsilon_A=\upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho}=\upsilon_{cm}+\omega\cdot\ell/2=2m/s+10\pi\cdot 0{,}1m/s=5{,}14m/s \text{ και}$$

$$\upsilon_B=\upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho}=\upsilon_{cm}-\omega\cdot\ell/2=2m/s-10\pi\cdot 0{,}1m/s=-1{,}14m/s$$

Πράγμα που σημαίνει ότι το σημείο Α έχει ταχύτητα προς τα πάνω, ενώ το Β προς τα κάτω.

dmargaris@sch.gr