

Συμβολή σε γραμμικό ελαστικό μέσο.

Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 παράγουν αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v=2\text{m/s}$ κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου με άκρα τα σημεία O_1 και O_2 όπου $(O_1O_2)=4\text{m}$. Η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών είναι:

$$y = 5 \eta\mu 2\pi t \quad (y \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{s})$$

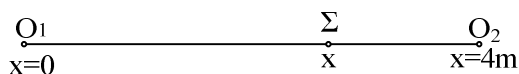
- i) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγονται θεωρώντας $x=0$ τη θέση της πηγής O_1 .
- ii) Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα που να δείχνει την απομάκρυνση των διαφόρων σημείων του μέσου, σε συνάρτηση με την θέση τους x , τις χρονικές στιγμές:
 - a) $t_1 = 0,5\text{s}$.
 - b) $t_2 = 1,25\text{s}$

Απάντηση:

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε $\omega=2\pi \rightarrow T=1\text{s}$, ενώ $\lambda=vT=2\text{m}$.

- i) Για το κύμα από την πηγή O_1 η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y_1 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right) \quad (\text{S.I.}) \quad (1)$$



Για το κύμα που ξεκινά από την πηγή O_2 , τη στιγμή $t_1=d/v=(4-x)/2$, φτάνει στο σημείο Σ , στη θέση x , οπότε η απομάκρυνση της ταλάντωσής του είναι!

$$y_2 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi (t - (4-x)/2) \quad \text{ή}$$

$$y_2 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - 2 \right) \quad (\text{S.I.}) \quad (2)$$

- ii) Μέχρι τη στιγμή $t_1=0,5\text{s}$ τα κύματα έχουν διαδοθεί κατά $d=vt=1\text{m}$, οπότε το πρώτο κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_1=1\text{m}$, ενώ το δεύτερο μέχρι τη θέση $x_2=3\text{m}$.

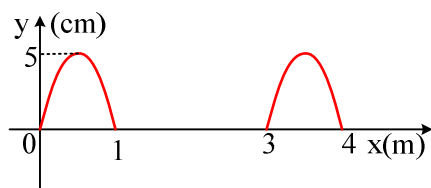
Η εξίσωση (1) για $t=0,5\text{s}$ δίνει:

$$y_1 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right) = 5 \cdot \eta\mu (\pi - \pi x) = 5 \cdot \eta\mu \pi x$$

Ενώ η (2) αντίστοιχα δίνει:

$$y_2 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - 2 \right) = 5 \cdot \eta\mu (\pi + \pi x - 4\pi) = -5 \cdot \eta\mu \pi x$$

και οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις (το στιγμιότυπο) είναι:



β) Για τη στιγμή $t_2 = 1,25\text{s}$ αντίστοιχα έχουμε ότι τα κύματα έχουν διαδοθεί κατά $d = vt = 2,5\text{m}$, οπότε το πρώτο κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_1 = 2,5\text{m}$, ενώ το δεύτερο μέχρι τη θέση $x_2 = 1,5\text{m}$.

Η εξίσωση (1) για $t = 1,25\text{s}$ δίνει:

$$y_1 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right) = 5 \cdot \eta\mu(2,5\pi - \pi x) = 5 \cdot \sigma\upsilon\nu\pi x.$$

Ενώ η (2) αντίστοιχα δίνει:

$$y_2 = 5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - 2 \right) = 5 \cdot \eta\mu(2,5\pi + \pi x - 4\pi) = 5 \cdot \sigma\upsilon\nu\pi x$$

Ενώ για την περιοχή από $x = 1,5\text{m}$ έως $x = 2,5\text{m}$ έχουμε συμβολή των δύο κυμάτων με εξίσωση:

$$y = y_1 + y_2 = 10 \sigma\upsilon\nu\pi(x - 2) \cdot \eta\mu 2\pi(t - 1)$$

και για $t = 1,25\text{s}$ παίρνουμε:

$$y = 10 \sigma\upsilon\nu\pi(x - 2) \cdot \eta\mu 2\pi(1,25 - 1) \rightarrow$$

$$y = 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\pi(x - 2)$$

και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (το στιγμιότυπο) είναι:

