

### Συμβολή κυμάτων από σύγχρονες πηγές.

Δύο σύγχρονες πηγές  $O_1$  και  $O_2$  απέχουν μεταξύ τους 1m και δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα  $u=5\text{m/sec}$ . Οι δύο πηγές των κυμάτων την χρονική στιγμή  $t=0$  αρχίζουν να εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξισώσεις  $\psi_1=\psi_2=0,3\eta\mu 50\pi t$  (S.I.). Δύο σημεία A και B βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$  και απέχουν 0,45m και 0,65m από την πηγή  $O_1$  αντίστοιχα. Να βρεθούν :

A) Οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για τα σημεία A και B.

B) Πόσο απέχουν τα σημεία μεταξύ τους τις χρονικές στιγμές i)  $t_1=0,08\text{sec}$   
ii)  $t_2=0,1\text{sec}$  iii)  $t_3=0,2\text{sec}$ .

Γ) Πόσα σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα AB ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος μετά την έναρξη της συμβολής και στα δύο σημεία;

### ΛΥΣΗ

Από τις εξισώσεις  $A=0,3\text{m}$  και  $\omega=50\pi\text{r/s}$  Άρα  $f=25\text{Hz}$  και από τον νόμο της κυματικής  $u=\lambda \cdot f$  το  $\lambda=0,2\text{m}$ .

Για να αρχίσει η ταλάντωση ενός σημείου του μέσου θα πρέπει να έχει φτάσει το κύμα στο συγκεκριμένο σημείο.

Έτσι για να φτάσει το κύμα από την πηγή  $O_1$  στο A χρειάζεται χρόνο  $t_1=0,45/5=0,09\text{s}$  και για να φτάσει το κύμα από την πηγή  $O_2$  στο A χρειάζεται χρόνο  $t_2=0,55/5=0,11\text{sec}$ .

Οι αντίστοιχοι χρόνοι για το σημείο B θα είναι  $t_3=0,35/5=0,07\text{s}$  και  $t_4=0,65/5=0,13\text{s}$ . Τα σημεία μετά την συμβολή θα έχουν πλάτος  $A'=2A \mid \text{συν}\pi(R_1-R_2)/\lambda \mid =0\text{m}$  και για το σημείο A και για το B. Είναι δηλαδή σημεία απόσβεσης.

$$\Psi_A = \begin{cases} 0 & t \leq 0,09 \\ 0,3\eta\mu 2\pi(25t - 0,45/0,2) & 0,09 \leq t \leq 0,11 \\ 0 & t \geq 0,11 \end{cases} \quad (\text{S.I})$$

$$\Psi_B = \begin{cases} 0 & t \leq 0,07 \\ 0,3\eta\mu 2\pi(25t - 0,35/0,2) & 0,07 \leq t \leq 0,13 \\ 0 & t \geq 0,13 \end{cases} \quad (\text{S.I})$$

Έτσι οι εξισώσεις ταχύτητας για τα σημεία A και B θα είναι αντίστοιχα

$$U_A = \begin{cases} 0 & t \leq 0,09 \\ 15\pi \text{συν} 2\pi(25t - 0,45/0,2) & 0,09 \leq t \leq 0,11 \\ 0 & t \geq 0,11 \end{cases} \quad (\text{S.I})$$

$$U_B = \begin{cases} 0 & t \leq 0,07 \\ 15\pi \sin 2\pi(25t - 0,35/0,2) & 0,07 \leq t \leq 0,13 \\ 0 & t \geq 0,13 \end{cases} \quad (\text{S.I})$$

B) Την χρονική στιγμή  $t_1 = 0,08\text{s}$  μόνο το σημείο B έχει αρχίσει να ταλαντώνεται και βρίσκεται στην θέση  $\psi_B = 0,3\text{m} \cdot 2\pi(25 \cdot 0,08 - 0,35/0,2) = 0,3\text{m}$ . Το σημείο A δεν έχει αρχίσει ακόμη την ταλάντωση του άρα  $\psi_A = 0$ . Έτσι η μεταξύ τους απόσταση εκείνη την στιγμή θα βρεθεί με Π.Θ. και  $D_1 = \sqrt{(0,3)^2 + (0,2)^2} = \sqrt{0,13}\text{ m}$ .

Την χρονική στιγμή  $t_2 = 0,1\text{s}$  και τα δύο σημεία ταλαντώνονται. Έτσι  $\Psi_A = 0,3\text{m} \cdot 2\pi(25 \cdot 0,1 - 0,45/0,2) = 0,3\text{m}$  και  $\Psi_B = 0,3\text{m} \cdot 2\pi(25 \cdot 0,1 - 0,35/0,2) = -0,3\text{m}$ .

Έτσι η μεταξύ τους απόσταση εκείνη την στιγμή θα βρεθεί και πάλι με Π.Θ. και  $D_2 = \sqrt{(0,6)^2 + (0,2)^2} = \sqrt{0,4}\text{m}$ .

Την χρονική στιγμή  $t_3 = 0,2\text{s}$  τα σημεία είναι ποια ακίνητα αφού είναι σημεία απόσβεσης και έχει ήδη αρχίσει η συμβολή και στα δύο σημεία. Έτσι η μεταξύ τους απόσταση είναι  $0,2\text{m}$ .

Γ) Τα σημεία με μέγιστο πλάτος είναι τα σημεία ενίσχυσης και για αυτά θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη ενίσχυσης.  $R_1 - R_2 = k \cdot \lambda$ . Όμως  $R_1 + R_2 = 1$ . Αν προσθέσω τις δύο παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη θα πάρω  $2R_1 = k \cdot \lambda + 1$ . Για την απόσταση όμως  $R_1$  πρέπει να ισχύει  $0,45 \leq R_1 \leq 0,65$  θα καταλήξω στην σχέση  $-0,5 \leq k \leq 1,5$ . Άρα για  $k=0$  και  $k=1$  ισχύει η συνθήκη ενίσχυσης. Άρα υπάρχουν δύο σημεία ανάμεσα στα A και B με που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Χρήστος Ελευθερίου