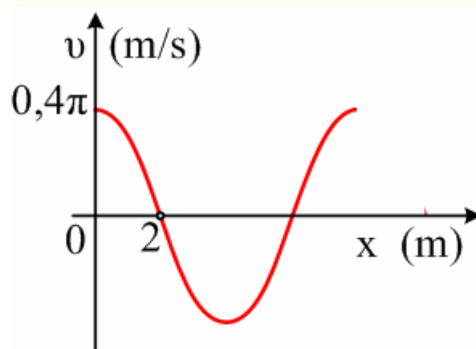
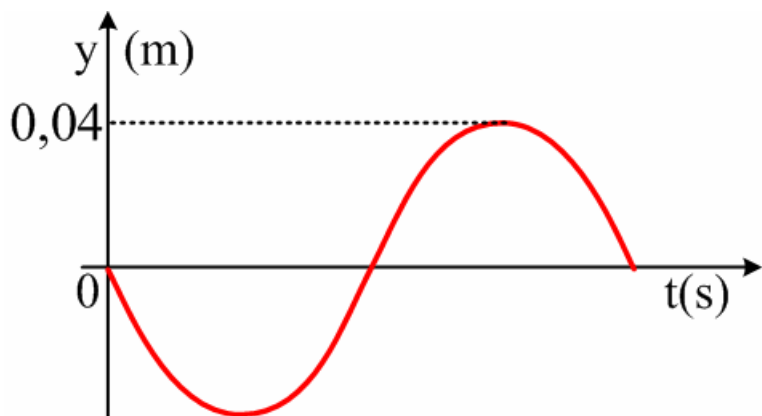


Στάσιμο κύμα. Στοιχεία και γραφικές παραστάσεις

Ένα τεντωμένο σχοινί εκτείνεται στην διεύθυνση του άξονα Ox . Με κατάλληλη διαδικασία, κατά μήκος του σχοινοῦ δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στην θέση $x=0$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο στο $x=0$ έχει μέγιστη θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας των διαφόρων σημείων της χορδής σε συνάρτηση της θέσης δίνεται από της παρακάτω γραφική παράσταση την στιγμή $t=0$.



Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου που βρίσκεται στην θέση $x=4\text{m}$ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι



Να βρεθούν:

- A) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος
- B) Να βρεθεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση $x=7\text{m}$
- Γ) Να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του σημείου που βρίσκεται στη θέση $x=3\text{m}$

- Δ) Να χαραχθεί ένα στιγμιότυπο μέχρι $x=16\text{m}$ του στάσιμου κύματος την χρονική στιγμή $t=kT+T/12$ όπου $k=0,\pm 1\pm 2\pm 3 \dots$. Ποιά η κατεύθυνση της ταχύτητας των σημείων που βρίσκονται στις θέσεις $x_1=3\text{m}$, $x_2=5\text{m}$, $x_3=7\text{m}$ και $x_4=9\text{m}$ τις παραπάνω στιγμές.
- Ε) Να δοθεί η γραφική παράσταση του πλάτους των διαφόρων σημείων της χορδής από το $x=0$ μέχρι $x=16\text{m}$.

Απάντηση:

Α) Από την γραφική παράσταση της ταχύτητας βλέπουμε την μέγιστη ταχύτητα του σημείου $x=0$ που είναι κοιλία $V_{\max}=0,4\pi \text{ m/sec}$. Άρα $V_{\max}=\omega \cdot 2A$ (1). Το σημείο $x=2\text{m}$ δεν έχει ταχύτητα ταλάντωσης άρα είναι δεσμός του στάσιμου κύματος και μάλιστα ο πρώτος δεσμός. Άρα $\lambda/4=2$ $\lambda=8\text{m}$.

Για το σημείο $x=4\text{m}$ η εξίσωση του στάσιμου θα δώσει $\psi_4=2A\sin 2\pi \cdot 4/8 \cdot \eta\mu 2\pi t/T = -2A\eta\mu 2\pi t/T$. Από την γραφική παράσταση λοιπόν παρατηρούμε ότι $2A=0,04$ και $A=0,02\text{m}$ και από την σχέση (1) $\omega=10\pi \text{ r/sec}$.

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος θα είναι:

$$\psi=0,04\sin\pi x/4 \cdot \eta\mu 10\pi t \quad (\text{S.I.})$$

Β) Η απομάκρυνση του σημείου $x=7\text{m}$ δίνεται από την σχέση:

$$\psi_7=0,04\sin 7\pi/4 \cdot \eta\mu 20\pi t = 0,02\sqrt{2} \eta\mu 10\pi t \quad (\text{S.I.})$$

Η εξίσωση της ταχύτητας θα είναι:

$$u_7=0,02\sqrt{2} \cdot 10\pi \cos 10\pi t = 0,2\pi\sqrt{2} \cos 10\pi t \quad (\text{S.I.})$$

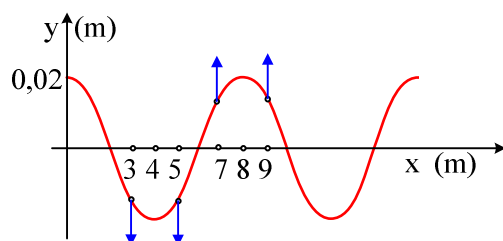
Γ) Η απομάκρυνση του σημείου $x=3\text{m}$ δίνεται από την σχέση:

$$\psi_3=0,04\sin 3\pi/4 \cdot \eta\mu 10\pi t = -0,02\sqrt{2} \eta\mu 10\pi t \quad (\text{S.I.})$$

Η εξίσωση της επιτάχυνσης θα είναι

$$a_3=-\omega^2 \cdot \psi_3=2\pi^2\sqrt{2}\eta\mu 10\pi t \quad (\text{S.I.})$$

Δ) Όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος σε χρόνο kT επιστρέφουν στην θέση ισορροπίας τους δηλαδή πάνω στην ευθεία Ox . Σε χρόνο $T/12$ το σημείο $x=0$ θα έχει φτάσει στη θέση $\psi_0 = 2A\eta\mu\pi/6 = A = 0,02\text{m}$. Το στιγμιότυπο θα είναι

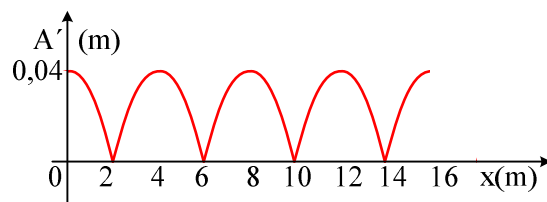


Όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος που ταλαντώνονται την χρονική στιγμή $T/12 < T/4$ απομακρύνονται από την θέση ισορροπίας για αυτό και έχουν τις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα.

Ε) Η εξίσωση του πλάτους ταλάντωσης για τα στάσιμα δίνεται από την εξίσωση

$$A' = |2A\sigma\eta\mu 2\pi x/\lambda| = |0,04\sigma\eta\mu\pi x/4|$$

Η γραφική παράσταση του πλάτους των διαφόρων σημείων του στάσιμου θα είναι



Χρήστος Ελευθερίου

