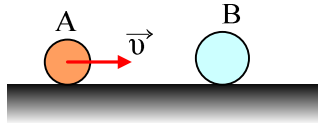


Μέγιστες τιμές μεγεθών στην ελαστική μετωπική κρούση.

Μια σφαίρα Α μάζας m κινείται με ταχύτητα v σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας M .



Να βρείτε το λόγο m/M ώστε η σφαίρα Β να αποκτήσει:

- Μέγιστη ταχύτητα.
- Μέγιστη κινητική ενέργεια.
- Μέγιστη ορμή.

Απάντηση:

- i) Η ταχύτητα της σφαίρας Β δίνεται από την εξίσωση:

$$v_2 = \frac{2m}{m+M}v$$

Συνεπώς η ταχύτητα θα είναι μέγιστη όταν η μάζα $M \rightarrow 0$, οπότε η ταχύτητα της Β σφαίρας τείνει στην τιμή $v_2 \rightarrow 2v$. Άρα:

$$m/M \rightarrow \infty$$

- ii) Η κινητική ενέργεια πριν την κρούση είναι ίση με την κινητική ενέργεια μετά την κρούση:

$$\begin{aligned} K_{\text{πριν}} &= K_{\text{μετά}} \rightarrow \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 + K_2 \rightarrow \\ K_2 &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \end{aligned}$$

Άρα η K_2 είναι μέγιστη όταν η Α σφαίρα μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα και συνεπώς μηδενική κινητική ενέργεια. Για να συμβεί αυτό πρέπει:

$$v_1 = \frac{m-M}{m+M}v = 0 \rightarrow m = M$$

Οπότε

$$m/M = 1$$

- iii) Από την ΑΔΟ παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\text{πριν}} &= \vec{P}_{\text{μετά}} \rightarrow \\ mv &= mv_1 + P_2 \rightarrow \\ P_2 &= m(v-v_1) \end{aligned}$$

Για να είναι λοιπόν μέγιστη η ορμή της B σφαίρας θα πρέπει μετά την κρούση η σφαίρα A να έχει όσο γίνεται μεγαλύτερου μέτρου ταχύτητα v_1 και μάλιστα να κινηθεί προς τα αριστερά. Η κατάσταση αυτή ικανοποιείται αν $v_1 \simeq -v$, πράγμα που συμβαίνει όταν $m \ll M$. Πράγματι στην περίπτωση αυτή η σφαίρα αποκτά ορμή $P_2 = 2mv$, δηλαδή διπλάσια της ορμής της A σφαίρας.

Ας το δούμε αναλυτικά:

$$v_1 = \frac{m - M}{m + M} v \rightarrow$$

Αν $m \rightarrow 0$ έχουμε:

$$v_1 = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{m - M}{m + M} v = -v$$

Άρα

$$m/M \rightarrow 0$$

Σχόλιο

- Ερώτηση: Μια μπάλα που κινείται με ορμή P, κτυπά σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με αντίθετη ορμή -P. Πόση ορμή αποκτά ο τοίχος;
- Απάντηση μαθητή: Ο τοίχος δεν κινείται, άρα αποκτά μηδενική ταχύτητα, οπότε δεν έχει ορμή μετά την κρούση. Πώς γίνεται να υπολογίζετε ορμή 2P; Τι συμβαίνει;
- Η ορμή του τοίχου είναι $P_2 = Mv$. Αν το $M \rightarrow \infty$ και $v \rightarrow 0$, τότε που τείνει η ορμή του; Προφανώς η ορμή του τοίχου δεν είναι ίση με $P = \infty \cdot 0$ που είναι απροσδιόριστη μορφή, αλλά η άρση της απροσδιοριστίας μας δίνει $P_2 = 2P$.
- Δηλαδή πώς γίνεται να έχει ορμή ο τοίχος;
- Γιατί αν κτυπήσεις μια μπάλα στον τοίχο, δεν θα τον θέσεις σε ταλάντωση;;;

dmargaris@sch.gr