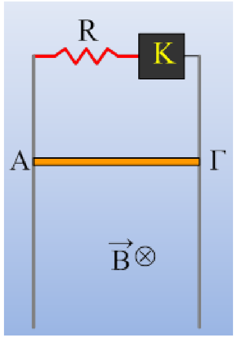
Πτώση αγωγού και ενεργειακές μεταβολές.

Ο αγωγός ΑΓ του σχήματος έχει μάζα 0,1kg, μήκος ℓ=1m και αμελητέα αντίσταση. Σε μια στιγμή ο αγωγός αφήνεται να κινηθεί σε επαφή με δύο κατακόρυφους στύλους, μέσα σε ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β=0,5Τ, όπως στο σχήμα. Τα πάνω άκρα των δύο στύλων συνδέονται μέσω αντίστασης R=1Ω και ενός αδιαφανούς κιβωτίου Κ (αγνώστου περιεχομένου). Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1, ο αγωγός ΑΓ έχει αποκτήσει ταχύτητα υ=4m/s, ενώ ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα i=0,8 Α. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:



i) Η ΗΕΔ από επαγωγή στον αγωγό ΑΓ.

ii) Η τάση στα άκρα του κιβωτίου.

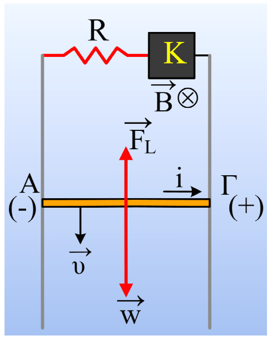
iii) Η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ και η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται πάνω του. Τι εκφράζουν τα έργα των δυνάμεων αυτών;

iv) Η ισχύς της ΗΕΔ από επαγωγή. Τι ποσοστό της παραπάνω ισχύος απορροφά το κιβώτιο Κ;

Ο αγωγός ΑΓ και οι κατακόρυφοι στύλοι δεν εμφανίζουν αντίσταση, ενώ $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

i) Τη στιγμή που ο αγωγός ΑΓ κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται πάνω του μια ΗΕΔ από επαγωγή Ε=Βυℓ=0,5·4·1V=2V, ενώ με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι ο θετικός πόλος της αντιστοιχεί στο άκρο Γ.



ii) Η τάση στα άκρα του αγωγού ΑΓ, αφού δεν έχει αντίσταση, είναι ίση με Ε=2V, ενώ η τάση V_R στα άκρα του αντιστάτη είναι ίση: $V_R=i·R=0,8·1V=0,8V$. Αλλά από το 2ο κανόνα του Kirchhoff, $V_{ΓΑ}=V_K+V_R \rightarrow V_K=E-iR=1,2V$.

iii) Στον αγωγό ασκείται το βάρος και η δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, που με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα, με μέτρο $F_L=Biℓ=0,5·0,8·1N=0,4N$. Έτσι από το 2ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F=m\cdot\alpha \rightarrow a=\frac{mg-F_L}{m}=\frac{0,1\cdot 10-0,4}{0,1}m/s^2=6m/s^2$$

Η ισχύς του βάρους είναι ίση: $P_w=\frac{dW_w}{dt}=\frac{w\cdot dx\cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{dt}=w\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$, όπου α η γωνία που σχηματίζει η δύναμη (βάρος) με την ταχύτητα. Οπότε:

$$P_w=mg\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha=0,1\cdot 10\cdot 4\cdot 1W=4W$$

Αντίστοιχα η ισχύς της δύναμης Laplace είναι:

$$P_{FL} = F_L \cdot \upsilon \cdot \sigma \upsilon \nu 180^o = -0{,}4 \cdot 4W = -1{,}6W$$

Το έργο του βάρους συνδέεται με την μείωση της δυναμικής ενέργειας του αγωγού. Πράγματι ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του αγωγού, λόγω πτώσης, είναι:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{mgh_2 - mgh_1}{t_2 - t_1} = mg\frac{-dh}{dt} = -mg\upsilon \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -mg\upsilon = -0{,}1 \cdot 10 \cdot 4J/s = -4J/s$$

Αντίθετα η δύναμη Laplace αφαιρεί ενέργεια (αρνητικό έργο) από τον αγωγό μετατρέποντάς την σε Ηλεκτρική. Έτσι στην περίπτωσή μας τη στιγμή t_1 η δύναμη Laplace μετατρέπει την μηχανική ενέργεια του αγωγού σε ηλεκτρική με ρυθμό 1,6 J/s.

iv) Ο αγωγός ΑΓ λειτουργεί σαν μια πηγή παρέχοντας ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα. Η ισχύς αυτής της «πηγής» είναι ίση:

$$P_E = E \cdot i = 2 \cdot 1{,}6\ W = 1{,}6\ W$$

Από την ενέργεια αυτή που παρέχει ο αγωγός στο κύκλωμα, ένα μέρος μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη και το υπόλοιπο παρέχεται στο αδιαφανές κιβώτιο (σε μια μορφής ενέργεια θα μετατραπεί το ποσόν αυτό, δεν γνωρίζουμε). Αλλά:

$$P_Q = i^2 \cdot R = 0{,}8^2 \cdot 1\ W = 0{,}64W$$

Οπότε στο κιβώτιο παρέχεται ενέργεια με ρυθμό:

$$\frac{dW_K}{dt} = P_K = P_E - P_Q = (1{,}6 - 0{,}64)J/s = 0{,}96J/s$$

ή σε ποσοστό:

$$\pi = \frac{P_K}{P_E}100\% = \frac{0{,}96}{1{,}6}100 = 60\%$$

Σχόλια.

1) Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την ισχύ που το ηλεκτρικό ρεύμα παρέχει στο κκιβώτιο και από την εξίσωση:

$$P_K = V_K \cdot i = 1{,}2 \cdot 0{,}8W = 0{,}96W.$$

2) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ, στην θέση αυτή είναι ίσος με:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \sigma \upsilon \nu a}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon \cdot \sigma \upsilon \nu a = ma \cdot \upsilon \rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = ma \cdot \upsilon = 0{,}1 \cdot 6 \cdot 4J/s = 2{,}4J/s$$

Δηλαδή στην θέση αυτή έχουμε:

Μείωση της δυναμικής ενέργειας κατά 4J/s. Από αυτά, τα 1,6J/s αφαιρούνται μέσω της δύναμης Laplace, μετατρεπόμενα σε ηλεκτρική ενέργεια, ενώ κατά 2,4J/s αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού.

dmargaris@sch.gr