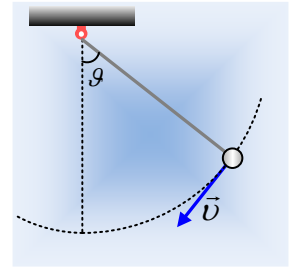


Η ορμή σε μια κυκλική κίνηση

Μια μικρή σφαίρα μάζας $0,6\text{kg}$ είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους $1,5\text{m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Σε μια στιγμή έχει ταχύτητα 4m/s και βρίσκεται στη θέση που δείχνεται στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ με $\eta\mu\theta=0,8$. Για τη θέση αυτή, ζητούνται για τη σφαίρα:



- i) Η κεντρομόλος επιτάχυνση.
- ii) Η επιτάχυνση στη διεύθυνση της ταχύτητας, υπεύθυνη για την μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας (λέγεται και επιτρόχια επιτάχυνση).
- iii) Η τάση του νήματος.
- iv) Η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ορμής.
- v) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής.

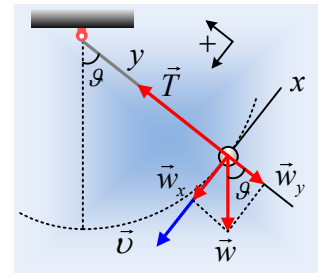
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται από την εξίσωση:

$$a_{\kappa} = \frac{v^2}{R} = \frac{4^2}{1,5} = \frac{32}{3} \text{ m/s}^2$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, όπου T η τάση του νήματος. Αναλύοντας το βάρος σε δυο συνιστώσες στους άξονες x και y , όπου ο y ταυτίζεται με την ακτίνα (οπότε ο x με την εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά), με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, θα έχουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma F_x = ma_x &\rightarrow w_x = ma_x \rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta = ma_x \rightarrow a_x = g \cdot \eta\mu\theta \quad (1) \\ \Sigma \vec{F} = m\vec{a} &\rightarrow \Sigma F_y = ma_y \rightarrow T - w_y = ma_y \quad (2) \end{aligned}$$

Από την (1) βρίσκουμε την επιτάχυνση στη διεύθυνση της ταχύτητας (εφαπτομενική στην τροχιά) με φορά ίδια με την συνιστώσα w_x και μέτρο $a_{\epsilon} = a_x = g \cdot \eta\mu\theta = 10 \cdot 0,8 \text{m/s}^2 = 8\text{m/s}^2$.

Η επιτάχυνση αυτή, η οποία έχει τη διεύθυνση της ταχύτητας, λέγεται και επιτρόχια (πάνω στην τροχιά) και προκαλεί **μεταβολή του μέτρου** της ταχύτητας.

- iii) Η συνιστώσα επιτάχυνσης a_y της σχέσης (2), δεν είναι άλλη από την κεντρομόλο επιτάχυνση, που υπολογίσαμε παραπάνω, οπότε:

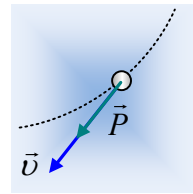
$$T = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta + ma_{\kappa} = 0,6 \cdot 10 \cdot 0,6 \text{ N} + 0,6 \cdot \frac{32}{3} \text{ N} = 10 \text{ N}$$

$$* \eta\mu\theta=0,8 \rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \sqrt{1 - \eta\mu^2\theta} = 0,6$$

- iv) Η ορμή της σφαίρας είναι ένα διάνυσμα με ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα και μέτρο:

$$P = mv = 0,6 \cdot 4 \text{kg} \cdot \text{m/s} = 2,4 \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Αλλά με βάση, όσα παραπάνω είπαμε για την επιτόχια επιτάχυνση, το μέτρο της ταχύτητας μεταβάλλεται εξαιτίας της (συνισταμένης) δύναμης που έχει εφαπτομενική διεύθυνση. Εδώ δηλαδή, η συνιστώσα του βάρους w_x μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας, συνεπώς και το μέτρο της ορμής της σφαίρας:



$$\frac{d|P|}{dt} = \Sigma F_{\epsilon} = w_x = mg \cdot \eta\mu\theta = 0,6 \cdot 10 \cdot 0,8 \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = 4,8 \text{kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

- v) Και ποιος αλήθεια είναι ο ρόλος της κεντρομόλου δύναμης; Η κεντρομόλος δύναμη μεταβάλλει τη διεύθυνση της ταχύτητας, υποχρεώνοντας το σώμα να εκτελέσει κυκλική τροχιά. Αλλά αν μεταβάλλεται η διεύθυνση της ταχύτητας, θα μεταβάλλεται και η διεύθυνση της ορμής! Έτσι όταν μιλάμε για μεταβολή της ορμής, αυτή θα οφείλεται και στην αλλαγή του μέτρου της και στην αλλαγή της κατεύθυνσής της. Συνεπώς ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα, δίνει:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F}$$

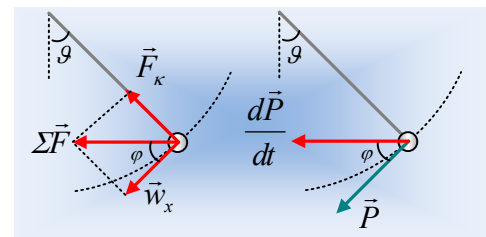
Όπου $\frac{d\vec{P}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής του **διανύσματος** της ορμής

και $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη, για την οποία, με βάση το διπλανό σχήμα, έχουμε ($F_{\kappa} = T - w_y = 6,4 \text{N}$):

$$\Sigma F = \sqrt{F_{\kappa}^2 + w_x^2} = \sqrt{6,4^2 + 4,8^2} \text{N} = 8 \text{N}$$

$$\text{Και } \epsilon\phi\phi = \frac{F_{\kappa}}{w_x} = \frac{6,4}{4,8} = \frac{4}{3} \rightarrow \hat{\phi} = \hat{\theta}$$

Η γωνία δηλαδή που σχηματίζει ο ρυθμός μεταβολής της ορμής με την ορμή είναι ίση με τη γωνία του νήματος με την κατακόρυφη ή αλλιώς (λίγη Γεωμετρία!) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι οριζόντιος!



dmargaris@gmail.com