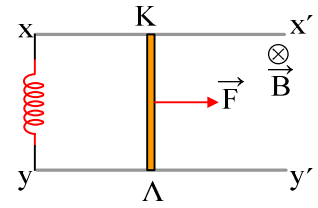


Επαγωγή και αυτεπαγωγή.

Στο σχήμα δίνονται δύο οριζόντιοι αγωγοί xx' και yy' χωρίς αντίσταση στα άκρα των οποίων συνδέεται ένα πηνίο με αντίσταση $R=2\Omega$ και συντελεστή αυτεπαγωγής $L=1\text{ H}$. Ένας τρίτος αγωγός KL , χωρίς αντίσταση, με μάζα $m=0,5\text{kg}$ και μήκος $\ell=1\text{m}$ κινείται σε επαφή με τους παραπάνω αγωγούς, κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B=0,5\text{T}$. Σε μια στιγμή, έστω $t=0$, ο αγωγός KL έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου $v_0=2\text{m/s}$, ενώ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_0=0,4\text{ A}$.



- i) Να βρεθεί η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος που το διαρρέει.
- ii) Ασκώντας κατάλληλη οριζόντια δύναμη F , μετακινούμε με τέτοιο τρόπο τον αγωγό, έτσι ώστε να παραμένει σταθερή η παραπάνω ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.
 - a) Να βρεθεί η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
 - β) Ποια η αντίστοιχη εξίσωση της ασκούμενης δύναμης.
- iii) Τη στιγμή t_1 μηδενίζουμε τη δύναμη F . Πόση θερμότητα θα παραχθεί στη συνέχεια πάνω στην αντίσταση του πηνίου;

Απάντηση:

- i) Στον αγωγό KL επειδή κινείται σε μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται πάνω του ΗΕΔ λόγω επαγωγής $E=Bv_0\ell=0,5\cdot 2\cdot 1\text{V}=1\text{V}$, με θετικό πόλο το άκρο K , οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα με φορά όπως στο σχήμα. Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται από το νόμο του Ohm:

$$i = \frac{E + E_{\text{αυτ}}}{R} \quad (1)$$

$$E_{\text{αυτ}} = iR - E = 0,4 \cdot 2\text{V} - 1\text{V} = -0,2\text{V}$$

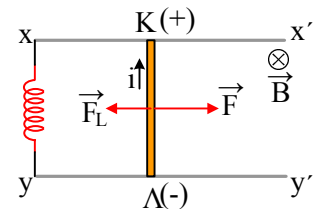
$$\text{Αλλά } E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{\text{αυτ}}}{L} = -\frac{-0,2}{1} \text{ A/s} = 0,2 \text{ A/s}$$

- ii) α) Αφού η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή παραμένει σταθερή, θα παραμένει σταθερός και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος, οπότε:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i - i_0}{t - 0} \rightarrow i = i_0 + \frac{di}{dt} t \quad \text{ή}$$

$$i = 0,4 + 0,2t \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

- β) Από την σχέση (1) παίρνουμε:



$$E = iR - E_{av\tau} \rightarrow$$

$$Bv\ell = (0,4 + 0,2t)R - E_{av\tau} \rightarrow$$

$$v = \frac{(0,4 + 0,2t)R - E_{av\tau}}{B\ell} = \frac{(0,4 + 0,2t)2 + 0,2}{0,5 \cdot 1} = 2 + 0,8t \quad (S.I.)$$

Αλλά η παραπάνω εξίσωση, είναι η εξίσωση της ταχύτητας για ένα σώμα που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα 2m/s και επιτάχυνση $a=0,8\text{m/s}^2$. Αυτήν λοιπόν την κίνηση πραγματοποιεί και ο αγωγός ΚΛ.

Εφαρμόζουμε τώρα το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του αγωγού ΚΛ και έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow$$

$$F - F_L = m \cdot a \rightarrow$$

$$F = Bi\ell + m \cdot a \rightarrow$$

$$F = 0,5 \cdot (0,4 + 0,2t) \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,8 = 0,6 + 0,1t \quad (S.I.)$$

iii) Μόλις μηδενιστεί η ασκούμενη δύναμη F, στον αγωγό ασκείται μόνο η δύναμη Laplace, εξαιτίας της οποίας θα εκτελέσει μια επιβραδυνόμενη κίνηση, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να σταματήσει. Αλλά τότε και η κινητική ενέργεια την οποία είχε τη στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ, αλλά και η ενέργεια η οποία ήταν αποθηκευμένη στο πηνίο, σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου, θα έχουν στο μεταξύ μετατραπεί σε θερμότητα πάνω στην αντίσταση του πηνίου.

$$Q = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

όπου $v=2+0,8 \cdot 2=3,6\text{m/s}$ και $i=0,4+0,2 \cdot 2=0,8\text{ A}$. Έτσι με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$Q = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}0,5 \cdot 3,6^2 J + \frac{1}{2}1 \cdot 0,8^2 J = 3,56 J$$

Σχόλια:

- 1) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή προέκυψε αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι έχει αντίθετη πολικότητα από την Ε λόγω επαγωγής ή αν προτιμάται έχει πολικότητα τέτοια που να τείνει να προκαλέσει (προσοχή ΔΕΝ προκαλεί) ρεύμα αντίθετης κατεύθυνσης από αυτό που διαρρέει το κύκλωμα.
- 2) Η επιτάχυνση του αγωγού θα μπορούσε να υπολογιστεί από την εξίσωση ορισμού της:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(2 + 0,8t_2) - (2 + 0,8t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{0,8(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = 0,8\text{m/s}^2$$

- 3) Αντί να χρησιμοποιούμε το νόμο του Ohm στο κύκλωμα, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε και ... τον ξεχασμένο 2^ο κανόνα του Kirchhoff:

$$E - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$