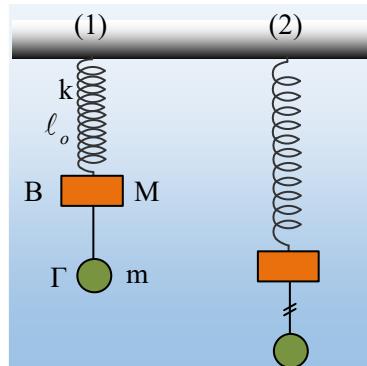


Η ταλάντωση του συστήματος και το νήμα

Στο κάτω áκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k έχει δεθεί ένα σώμα B μάζας M, το οποίο συνδέεται μέσω νήματος με σώμα Γ, μάζας m. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο B σώμα, το φέρνουμε να ισορροπεί στη θέση (1) του διπλανού σχήματος, όπου το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του. Αν το όριο θραύσεως του νήματος είναι ίσο με 1,5mg και κάποια στιγμή $t_0=0$ αφήσουμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, τότε:



- i) Η τάση του νήματος, αμέσως μόλις αφεθεί το σύστημα ελεύθερο ($t=t_0^+$) έχει μέτρο:

α) $T_1 = 0$, β) $T_1 = mg$, γ) $T_1 = Mg$

- ii) Το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα θα σπάσει (θέση (2)), όταν το σώμα Γ διανύνει απόσταση s, όπου:

$$\alpha) s = \frac{(M+m)g}{2k}, \quad \beta) s = \frac{(M+m)g}{k}, \quad \gamma) s = \frac{3(M+m)g}{2k}, \quad \delta) s = \frac{2(M+m)g}{k}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

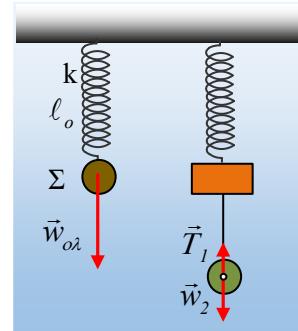
Δίνεται ότι η ταλάντωση του συστήματος των παραπάνω σωμάτων είναι μια AAT με $D=k$.

Απάντηση:

- i) Ας αντιμετωπίσουμε το σύστημα των δύο σωμάτων, σαν ένα σώμα Σ μάζας $M+m$. Μόλις αφεθεί να κινηθεί, η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος $w_{\text{ολ}}$, όπως στο πρώτο σχήμα, οπότε αποκτά επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g . Άλλα τότε και το σώμα Γ αποκτά την ίδια επιτάχυνση και παίρνοντας το 2^{o} νόμο του Νεύτωνα, (δεύτερο σχήμα), θα έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_o \rightarrow mg - T_I = m \cdot g \rightarrow T_I = 0$$

Σωστό το α).

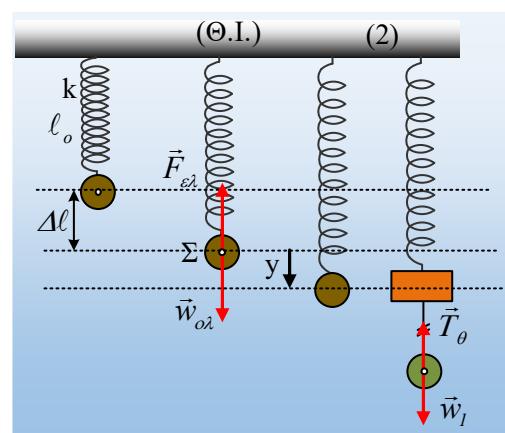


- ii) Το σύστημα Σ , θα εκτελέσει AAT, γύρω από τη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.), έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά Δl , όπου:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow (M+m)g = k \cdot \Delta l \rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{(M+m)g}{k}$$

Στην θέση ισορροπίας, η τάση του νήματος είναι ίση με το βάρος του Γ (και αυτό ισορροπεί...), οπότε το νήμα θα σπάσει σε μια χαμηλότερη θέση, όπως στο σχήμα η θέση (2), η οποία απέχει κατά y από την Θ.Ι. Ο δεύτερος νόμος του



Νεύτωνα για το σώμα Γ , μας δίνει (θεωρούμε την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική):

$$\Sigma F = ma \rightarrow mg - T_\theta = m(-\omega^2 y) \rightarrow mg - T_\theta = -m \left(\sqrt{\frac{k}{M+m}} \right)^2 y \rightarrow$$

$$\frac{m}{M+m} ky = 1,5mg - mg = 0,5mg \rightarrow$$

$$y = \frac{(M+m)g}{2k}$$

Αλλά τότε το διάστημα που διανύει το σώμα, η απόσταση που διανύει μέχρι τη θέση που κόβεται το νήμα, είναι ίσο:

$$s = \Delta\ell + y = \frac{(M+m)g}{k} + \frac{(M+m)g}{2k} = \frac{3(M+m)g}{2k}$$

$\Sigma\omega\sigma\tau\circ\tau\circ\gamma$).

dmargaris@gmail.com