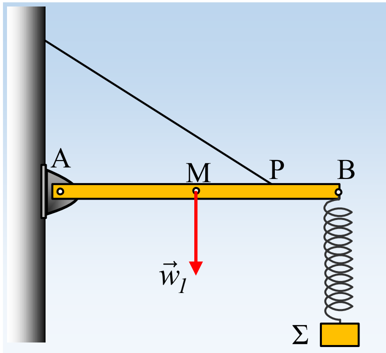
Η αλγεβρική τιμή και το μέτρο της δύναμης



Η ομογενής δοκός ΑΒ μάζας Μ, μπορεί να στρέφεται γύρω από άρθρωση στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια, όταν στο άκρο της Β κρέμεται μέσω ελατηρίου ένα σώμα Σ, μάζας m, ενώ συγκρατείται μέσω νήματος, το οποίο έχουμε δέσει στο σημείο Ρ, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή θέτουμε το Σ σε κατακόρυφη ταλάντωση με πλάτος Α=2mg/k.

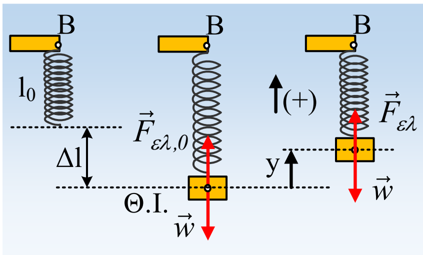
i) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, η αλγεβρική τιμή της δύναμης του ελατηρίου η οποία ασκείται στο σώμα Σ, σε συνάρτηση της απομάκρυνσης y, δίνεται από την σχέση:

α) $F_{ελ}$=-mg+ky, β) $F_{ελ}$=mg-ky, γ) $F_{ελ}$=-mg-ky

ii) Αν κατά την παραπάνω ταλάντωση οριακά εξασφαλίζεται η ισορροπία της ράβδου, χωρίς να λυγίζει το νήμα, τότε για τις μάζες Μ και m ισχύει:

α) Μ=m, β) Μ=2m, γ) Μ=3m, δ) Μ=4m.

Απάντηση:



Έστω το σώμα στη θέση ισορροπίας, όπου έχει επιμηκύνει το ελατήριο κατά Δl. Από την συνθήκη ισορροπίας, παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \to F_{ελ,0}-mg=0 \to k\Delta l=mg \to \Delta l=\frac{mg}{k}$$

i) Παίρνοντας το σώμα σε απομάκρυνση y, όπως στο δεξιό σχήμα. Από το 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

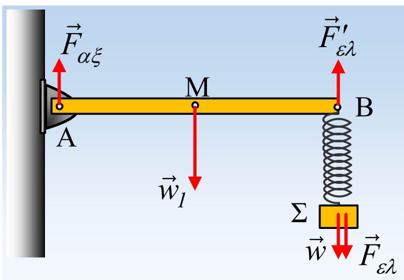
$$\Sigma F=ma \to F_{ελ}-mg=m(-\omega^2 y) \to F_{ελ}-mg=-Dy \to$$

$$F_{ελ}=mg-ky$$

Σωστό το β).

ii) Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση y=+A, για την πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του σώματος Σ, βρίσκουμε:

$$F_{ελ}=mg-ky=mg-kA=mg-k\frac{2mg}{k}=-mg$$



Η παραπάνω τιμή μας λέει ότι τη στιγμή που το σώμα Σ βρίσκεται στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσής του, η δύναμη από το ελατήριο έχει φορά προς τα κάτω, πράγμα που σημαίνει ότι το ελατήριο είναι συσπειρωμένο.

Αλλά αν το ελατήριο είναι συσπειρωμένο ασκεί δύναμη στη ράβδο με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα, με μέτρο $F'_{ελ}=mg$.

Για όσο χρόνο η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στη ράβδο έχει φορά προς τα κάτω, η ροπή της ως προς το άκρο Α, έχει το ίδιο πρόσημο με την αντίστοιχη ροπή του βάρους w_1, οπότε για να μπορεί να ισορροπεί η ράβδος, ασκείται πάνω της η τάση του νήματος, η ροπή της οποίας εξουδετερώνει τις δύο προηγούμενες. Αν όμως η δύναμη από το ελατήριο έχει φορά προς τα πάνω, η ροπή της τείνει να περιστρέψει αριστερόστροφα τη ράβδο και έτσι να καταστραφεί η ισορροπία της. Στην οριακή κατάσταση ισορροπίας, θα μηδενίζεται η τάση του νήματος και η ισορροπία της ράβδου θα εξασφαλίζεται από την ροπή της δύναμης του ελατηρίου. Έτσι παίρνοντας τις ροπές ως προς το άκρο Α, θα έχουμε:

$$\Sigma\tau_A=0 \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}\cdot l - w_1\cdot\frac{l}{2}=0 \rightarrow w_1 = 2F'_{\varepsilon\lambda} \rightarrow Mg = 2mg \rightarrow M = 2m$$

Σωστό το β).

Σχόλιο:

Αξίζει να επισημανθεί ότι ενώ μελετώντας την ταλάντωση δουλέψαμε με αλγεβρικές τιμές για τις δυνάμεις, όταν πήγαμε στην ισορροπία αντιμετωπίσαμε το πρόβλημα με βάση το μέτρο της $F_{\varepsilon\lambda}'$.

Αυτό δεν σημαίνει ότι δεν θα μπορούσαμε να συνεχίσουμε να μιλάμε για αλγεβρικές τιμές, αλλά καλό είναι να μην το κάνουμε. Το λάθος …καραδοκεί! Δεν υπάρχει λόγος να κάνουμε και εμείς ασκήσεις «ισορροπίας» μεταξύ σωστού και λάθους, ούτε να αποδεικνύουμε, ότι μπορούμε να το κάνουμε…

dmargaris@gmail.com