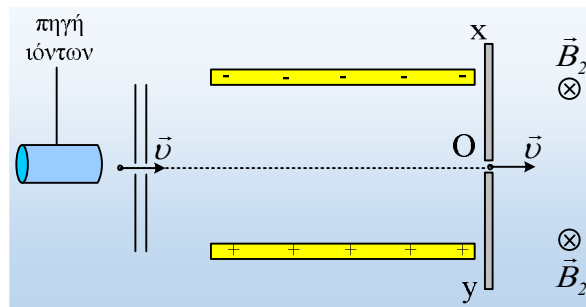


Τα ισότοπα Na και ο φασματογράφος μάζας

Το στοιχείο Na παρουσιάζεται σε 13 ισότοπα, αλλά μόνο το ^{23}Na είναι σταθερό (τα υπόλοιπα είναι ραδιενεργά με χρόνους ημιζωής μερικά ms...). Αν όμως κινούμενα νετρόνια προσβάλουν άτομα νατρίου, για παράδειγμα μετά από ένα πυρηνικό ατύχημα, μπορεί κάποια από αυτά να μετατραπούν σε ισότοπα ^{24}Na τα οποία έχουν σχετικά μεγάλο (15h) χρόνο ημιζωής. Αν θέλουμε να μετρήσουμε πόσο πολύ ένας άνθρωπος προσβλήθηκε από ακτινοβολία, δεν έχουμε παρά να μετρήσουμε την αναλογία των ισοτόπων ^{24}Na στο αίμα του.



Έστω λοιπόν ότι παίρνουμε ένα μίγμα ιόντων Νατρίου (Na^+), από το αίμα ανθρώπου που έχει ακτινοβοληθεί, τα οποία αφού περάσουν από δυο σχισμές όπως στο σχήμα, μπαίνουν σε μια περιοχή που συνυπάρχουν ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=100\text{V/m}$ (στο σχήμα βλέπετε τους φορτισμένους οπλισμούς ενός επίπεδου πυκνωτή) και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο B_1 , με αποτέλεσμα αυτά που θα κινηθούν ευθύγραμμα να μπουν στο σημείο O σε ένα δεύτερο ομογενές μαγνητικό πεδίο $B_2=0,001\text{T}$, κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα. Αφού τα ιόντα διαγράψουν ημικύκλιο προσπίπτουν σε μια φωτογραφική πλάκα, όπου και αφήνουν ίχνη. Με τον τρόπο αυτό πήραμε στην φωτογραφική πλάκα δύο ίχνη, όπου το πιο απομακρυσμένο απέχει απόσταση $(OA)=9,6\text{cm}$, από το σημείο εισόδου O.

Δίνονται οι μάζες των δύο ισοτόπων $m_1=23 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ και $m_2=24 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ και το φορτίο του ηλεκτρονίου $q_e=-1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

- i) Να σχεδιάσετε την δύναμη που δέχεται ένα ιόν Na από το ηλεκτρικό πεδίο και να υπολογίσετε το μέτρο της. Να σχεδιάσετε επίσης το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο χώρο του πυκνωτή.
- ii) Σε ποια περιοχή πρέπει να βάλουμε το φιλμ, περιμένοντας να δούμε τα ίχνη; Στην πλάκα Ox ή στην Oy; Τα ίχνη σε απόσταση 9,6cm ανήκουν στα ιόντα του ^{23}Na ή στα ιόντα του ισότοπου ^{24}Na ;
- iii) Να βρεθεί η ταχύτητα v των ιόντων που φτάνουν στην φωτογραφική πλάκα, καθώς και η απόσταση μεταξύ των δύο ιχνών, πάνω στην πλάκα.
- iv) Αφού βρεθεί το μέτρο της έντασης B_1 του μαγνητικού πεδίου στο χώρο του πυκνωτή, να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων από τα δύο πεδία στο χώρο του πυκνωτή, σε ένα ιόν ισοτόπου ^{24}Na .
- v) Κάποια ιόντα μπαίνουν στο χώρο του πυκνωτή και εκτρέπονται προς τον αρνητικό οπλισμό. Αυτά μπορεί να είναι ιόντα $^{23}\text{Na}^+$, ιόντα $^{24}\text{Na}^+$ ή και από τα δύο είδη ιόντων; Τι ταχύτητες μπορεί να έχουν τα ιόντα

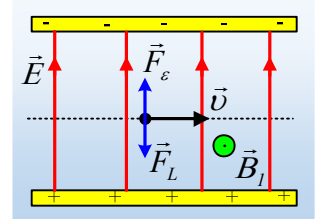
αυτά;

- vi) Αν στην ίδια πειραματική διάταξη θέλαμε να διαχωρίσουμε ιόντα χλωρίου (Cl⁻), τι αλλαγές θα έπρεπε να κάνουμε στα μαγνητικά πεδία, αν όλα τα υπόλοιπα μένανε ίδια;

Απάντηση:

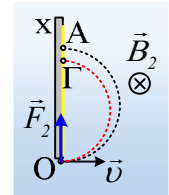
- i) Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, καθώς και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο που ασκείται σε κάθε ιόν (και τα δύο ισότοπα δίνουν ιόντα με το ίδιο φορτίο +e). Για το μέτρο της, έχουμε (το φορτίο κάθε ιόντος $q=+e$):

$$F_{\varepsilon} = qE = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \text{ N} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$



Τα ιόντα (είτε $^{23}\text{Na}^+$, είτε $^{24}\text{Na}^+$) που θα κινηθούν ευθύγραμμα, είναι αυτά που θα δεχθούν αντίθετη δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο, όπως στο σχήμα. Αλλά για να υπάρξει τέτοια δύναμη, με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, προκύπτει ότι στο χώρο πρέπει να υπάρχει και ένα μαγνητικό πεδίο, κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, με φορά προς τα έξω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

- ii) Μόλις ένα θετικό ιόν φτάνει στο σημείο O, θα δεχτεί δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο B_2 , κάθετη στην ταχύτητα, με φορά προς τα πάνω, οπότε προς τα πάνω και θα εκτραπεί. Αλλά τότε το φιλμ θα το βάλουμε στην δεξιά πλευρά της πλάκας Ox, οπότε τα ιόντα, αφού διαγράψουν ημικύκλια θα φτάσουν στα σημεία A και Γ, το βαρύτερο στο πιο μακρινό σημείο A, αφού θα διαγράψει κύκλο μεγαλύτερης ακτίνας, με βάση την σχέση:



$$R = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

Άρα τα ιόντα του ισότοπου $^{24}\text{Na}^+$ θα πέσουν στο σημείο A του φιλμ σε απόσταση (OA)=9,6cm.

- iii) Λύνοντας την εξίσωση (1) ως προς v, βρίσκουμε την ταχύτητα των παραπάνω ιόντων (ίδια με την ταχύτητα των ιόντων του $^{23}\text{Na}^+$...), με αντικατάσταση αφού $R_2=4,8\text{cm}$:

$$R_2 = \frac{m_2 v}{qB_2} \rightarrow v = \frac{qB_2 R_2}{m_2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{24 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 200 \text{ m/s}$$

Την ίδια ταχύτητα έχουν και τα ιόντα του $^{23}\text{Na}^+$, τα οποία θα διαγράψουν ημικύκλιο με ακτίνα R_1 :

$$R_1 = \frac{m_1 v}{qB_2} = \frac{23 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 200 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^{-3} \text{ T}} = 46 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,6 \text{ cm}$$

Οπότε θα φτάσουν στο σημείο Γ σε απόσταση (OΓ)= $2R_1=9,2\text{cm}$, με αποτέλεσμα τα δύο ίχνη να απέχουν μεταξύ τους απόσταση:

$$D = 2R_2 - 2R_1 = 9,6 \text{ cm} - 9,2 \text{ cm} = 0,4 \text{ cm}$$

iv) Έχοντας βρει παραπάνω την ταχύτητα των ιόντων που δεν εκτρέπονται από το σύνθετο πεδίο, βρίσκουμε ότι:

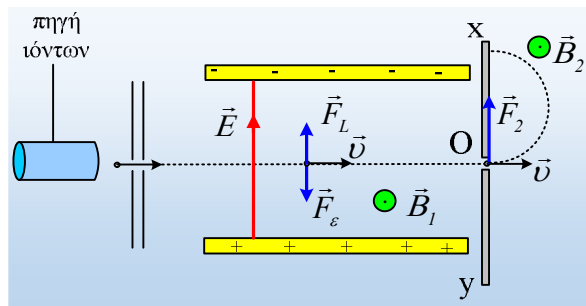
$$\sum \vec{F} = 0 \rightarrow |F_\varepsilon| = |F_L| \rightarrow |F_\varepsilon| = B_l v q \rightarrow$$

$$B_l = \frac{|F_\varepsilon|}{v q} = \frac{1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}}{200 \text{ m/s} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,5 \text{ T}$$

Όσον αφορά τα δύο έργα των δυνάμεων, αρκεί να παρατηρήσουμε ότι και οι δύο είναι κάθετες στην μετατόπιση, οπότε δεν παράγουν έργο. Έχουμε δηλαδή $W_{F_\varepsilon} = W_{F_L} = 0$.

v) Για να εκτρέπονται κάποια ιόντα προς τον αρνητικό σπλισμό του πυκνωτή, σημαίνει ότι η ηλεκτρική δύναμη είναι μεγαλύτερη από την δύναμη Lorentz. Αλλά αφού η ηλεκτρική δύναμη είναι ίδια για τα δυο ιόντα, ενώ $F_L = Bvq$ σημαίνει ότι εκτρέπονται τα ιόντα με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα $v=200\text{m/s}$ που υπολογίσαμε παραπάνω, είτε του ενός είτε του άλλου ιόντος ισοτόπου.

vi) Αν όλα παρέμεναν τα ίδια, εκτός των δύο μαγνητικών πεδίων, τότε θα έπρεπε να αλλάξουμε τα πεδία αυτά, όπως στο σχήμα:



Αφού θα έπρεπε αφενός να εξουδετερωθεί μια αντίθετη ηλεκτρική δύναμη, ενώ θα έπρεπε ξανά τα αρνητικά ιόντα να εκτραπούν προς τα πάνω.

dmargaris@gmail.com