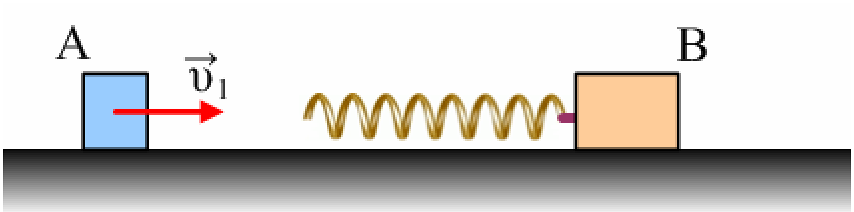
Μοντελοποίηση της Πλαστικής και της Ελαστικής κρούσης.

Ένα σώμα Α μάζα m_1=2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_1$=10m/s και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς K=750N/m και φυσικού μήκους 0,5m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα Β m_2=3kg, το οποίο είναι ακίνητο.



Ζητούνται:

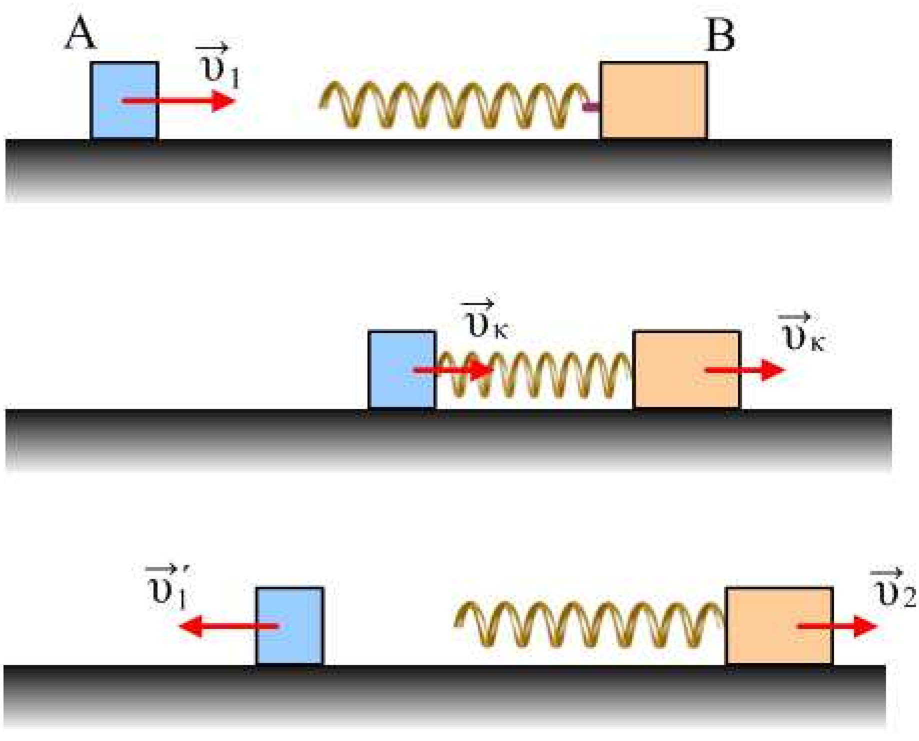
α) Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.

β) Η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά το σώμα Β.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Β, τη στιγμή που έχει μέγιστη επιτάχυνση.

δ) Οι τελικές ταχύτητες των δύο σωμάτων.

Απάντηση:



α) Πέφτοντας το Α σώμα στο ελατήριο αρχίζει να το συσπειρώνει, αλλά τότε το ελατήριο ασκεί δύναμη στο Α, με φορά προς τα αριστερά, οπότε το σώμα επιβραδύνεται, ενώ ασκεί δύναμη στο Β σώμα με φορά προς τα δεξιά και το σώμα επιταχύνεται. Για όσο χρόνο η ταχύτητα του Α σώματος είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του Β, η απόσταση μεταξύ των σωμάτων μειώνεται, ενώ η απόσταση θα αυξάνεται αν $\upsilon_B>\upsilon_A$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η ελάχιστη απόσταση είναι τη στιγμή που οι ταχύτητες των σωμάτων είναι ίσες.

Εφαρμόζουμε λοιπόν για το σύστημα την Αρχή διατήρησης της ορμής μεταξύ της αρχικής καταστάσεως και της ενδιάμεσης με τις ίσες ταχύτητες και έχουμε:

$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\varepsilon\nu\delta}$$

$$m_1\cdot\upsilon_1 = m_1\cdot\upsilon_\kappa + m_2\cdot\upsilon_\kappa \text{ ή}$$

$$m_1\cdot\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\cdot \upsilon_\kappa \text{ ή}$$

$$\upsilon_\kappa=2\cdot 10/5\text{m/s}=4\text{m/s}.$$

(Μήπως αναγνωρίζετε την πλαστική κρούση;…)

Επειδή η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητική, η Μηχανική ενέργεια διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\varepsilon\nu\delta} +U_{\varepsilon\nu\delta} \text{ ή}$$

$$½\, m_1\cdot\upsilon_1^2 = ½\,(m_1+m_2)\cdot\upsilon_\kappa^2 + ½\, K\Delta l^2 \text{ ή}$$

$$\Delta l^2 = [m_1\cdot\upsilon_1^2 - (m_1+m_2)\cdot\upsilon_\kappa^2]/K =(2\cdot 100-5\cdot 16)/750\text{m}^2 = 120/750\text{ m}^2 = 4/25\text{ m}^2 \text{ ή}$$

$$\Delta l= 0{,}4\text{m}.$$

Άρα η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωμάτων θα είναι $x_{min}=l_0-\Delta l= 0{,}1$m.

β) Τη στιγμή της μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου, θα έχουμε την μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου, άρα και τη μέγιστη επιτάχυνση. Δηλαδή:

$$F_{\varepsilon\lambda} = m\cdot\alpha \text{ ή}$$

$$K\cdot\Delta l = m\alpha \text{ ή}$$

$$\alpha= K\cdot\Delta l/m= 750\cdot 0{,}4/3\text{ m/s}^2 =100\text{m/s}^2.$$

γ) $dK/dt = \Sigma F\cdot\upsilon= m\cdot\alpha\cdot\upsilon= 3\cdot 100\cdot 4\text{ J/s}= 1200\text{ J/s}.$

δ) Μόλις αποχωριστούν τα δύο σώματα και το ελατήριο αποκτήσει ξανά το φυσικό του μήκος, τα σώματα θα έχουν ταχύτητες υ_1'και υ_2'οι οποίες υπολογίζονται, αφού εφαρμόσουμε για το σύστημα την ΑΔΟ και την ΑΔΜΕ.

$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή}$$

$$M_1\cdot\upsilon_1 = m_1\cdot\upsilon_1 + m_2\cdot\upsilon_2 \;(1)$$

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή}$$

$$½\, m_1\cdot\upsilon_1^2 = ½\, m_1\cdot\upsilon_1'^2 + ½\, m_2\cdot\upsilon_2'^2 \;(2)$$

Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) και παίρνουμε:

$$\upsilon'_1=(m_1-m_2)\cdot\upsilon_1/(m_1+m_2) = - 2\text{m/s και}$$

$$\upsilon'_2 = 2m_1 \cdot \upsilon_1/(m_1+m_2) = 8 \text{ m/s.}$$

(Μήπως αναγνωρίζετε τις εξισώσεις της ελαστικής κρούσης;)

dmargaris@sch.gr