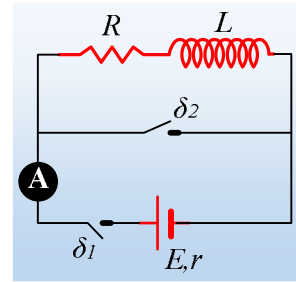


Αυτεπαγωγή και βραχυκύκλωμα

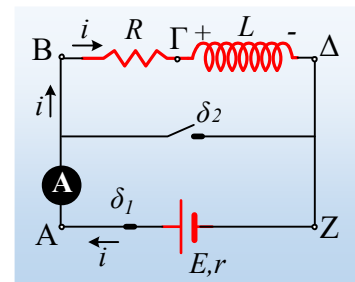
Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται: $E=40V$, $r=2\Omega$, $R=4\Omega$, ενώ το ιδανικό πηνίο παρουσιάζει αυτεπαγωγή $L=0,2\text{ H}$ και οι δυο διακόπτες είναι ανοικτοί. Σε μια στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ_1 και τη στιγμή t_1 , όπου το ιδανικό αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη $i_1=5\text{ A}$, κλείνουμε και τον διακόπτη δ_2 .



- i) Πόση ενέργεια έχει αποθηκευτεί στο πηνίο έως τη στιγμή t_1 ;
- ii) Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο, ελάχιστα πριν και αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ_2 .
- iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, ελάχιστα πριν και αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ_2 . Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός di/dt για την ένδειξη του αμπερομέτρου;
- iv) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις (ποιοτικά διαγράμματα):
 - α) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο, σε συνάρτηση με το χρόνο.
 - β) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη, σε συνάρτηση με το χρόνο.
 - γ) Της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.
 - δ) Της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον διακόπτη δ_2 .

Απάντηση:

Μόλις κλείσουμε το διακόπτη δ_1 το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα έντασης i , με φορά όπως στο σχήμα, οπότε στο πηνίο εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί με τιμή $E_{avt} = -L \frac{di}{dt}$, η ισχύς της οποίας εκφράζει την ενέργεια που απορροφά από το κύκλωμα και την οποία αποθηκεύει στο πηνίο με την μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου.



- i) Τη στιγμή t_1 που το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_1 η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου είναι ίση:

$$U_1 = \frac{1}{2} L i_1^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 5^2 \text{ J} = 2,5 \text{ J}$$

- ii) Εφαρμόζουμε το 2^ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα για μια στιγμή ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη (η κατάσταση είναι αυτή που δείχνει η παραπάνω εικόνα):

$$\sum (\Delta V) = 0 \rightarrow V_{AB} + V_{BG} + V_{GA} + V_{AZ} + V_{ZA} = 0 \rightarrow$$

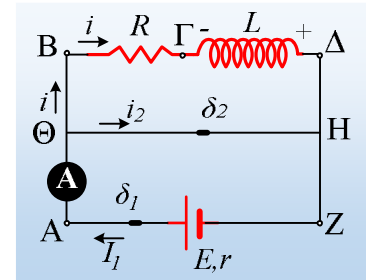
$$0 + i_1 R + E_{av\tau} + 0 + (-V_{\text{πολ}}) = 0 \rightarrow i_1 R + E_{av\tau} - E + i_1 r = 0 \rightarrow$$

$$\square -i_1 r - i_1 R - L \frac{di_1}{dt} = 0 \quad (1) \rightarrow$$

$$\square_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} = -\square + i_1 r + i_1 R = -40V + 5 \cdot 2V + 5 \cdot 4V = -10V$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο μας λέει ότι έχει αντίθετη πολικότητα από την πηγή E (την οποία θεωρήσαμε ως έχουσα θετική ΗΕΔ), αλλά και αντίθετη φορά από την φορά του ρεύματος i.

Μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ₂, το πηνίο συνεχίζει να διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας φοράς, με πριν και με την ίδια ένταση, η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης I₁ και ο διακόπτης δ₂ (ο κλάδος ΘΗ) από ρεύμα έντασης i₂, όπως στο σχήμα. Οπότε εστιάζοντας στον βρόχο (κλειστή διαδρομή) ΘΒΓΔΗΘ, θα έχουμε από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα:



$$i = \frac{\square'_{av\tau}}{R} \rightarrow E'_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} = i_1 R = 5 \cdot 4V = 20V \quad (2)$$

Αξίζει να προσέξουμε ότι τώρα η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχει αλλάξει πολικότητα (το άκρο Δ αντιστοιχεί στον θετικό πόλο της πηγής), γι' αυτό και η ΗΕΔ προέκυψε θετική, αντίθετα από προηγούμενα.

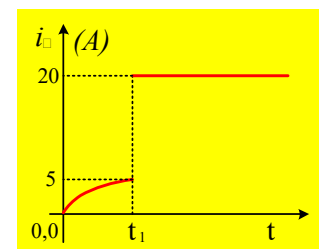
iii) Για τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, θα έχουμε:

- Με τον δ₂ ανοικτό: $\square_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} \rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{\square_{av\tau}}{L} = -\frac{-10}{0,2} A/s = +50 A/s$
- Με τον δ₂ κλειστό: $\square'_{av\tau} = -L \frac{di'_1}{dt} \rightarrow \frac{di'_1}{dt} = -\frac{\square'_{av\tau}}{L} = -\frac{20}{0,2} A/s = -100 A/s$

Αντίστοιχα το αμπερόμετρο:

- Με τον δ₂ ανοικτό, το αμπερόμετρο διαρρέεται από ρεύμα έντασης i, ίδια με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, συνεπώς θα έχουμε επίσης $\frac{di_A}{dt} = +50 A/s$.
- Μόλις κλείσουμε τον διακόπτη δ₂, η πηγή βραχυκυκλώνεται, οπότε διαρρέεται από ρεύμα **σταθερής** έντασης $I_1 = \frac{E}{r} = \frac{40}{2} A = 20 A$, οπότε $\frac{di'_A}{dt} = 0$.

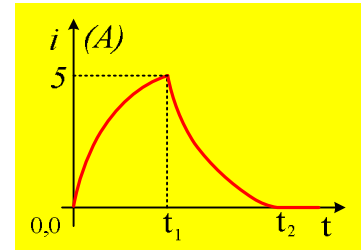
iv) α) Το αμπερόμετρο από 0-t₁ διαρρέεται από μεταβαλλόμενης έντασης ρεύμα, ίδιο με αυτό που διαρρέει και το πηνίο. Τη στιγμή t₁ που κλείνουμε το διακόπτη, το ρεύμα που διέρχεται από το αμπερόμετρο έχει ένταση I₁=20 A και με την υπόθεση ότι στο βρόχο ΑΘΗΖΑ η αυτεπαγωγή είναι



αμελητέα, η τιμή αυτή της έντασης αποκαθίσταται ακαριαία. Έτσι η μορφή της γραφικής παράστασης $i_A=f(t)$, είναι αυτή του παραπάνω σχήματος:

- β) Ο αντιστάτης διαρρέεται από ένα ρεύμα η ένταση του οποίου αυξάνεται (όπως στην θεωρία κατά το κλείσιμο του διακόπτη) και πριν προλάβει να πάρει την μέγιστη τιμή του:

$$I_{max} = \frac{\square}{R+r} = \frac{40}{4+2} A \approx 6,7 A$$



Κλείνει ο διακόπτης δ_2 , με αποτέλεσμα η ένταση του ρεύματος να μειώνεται και να μηδενίζεται μετά από λίγο, όπως στο διάγραμμα.

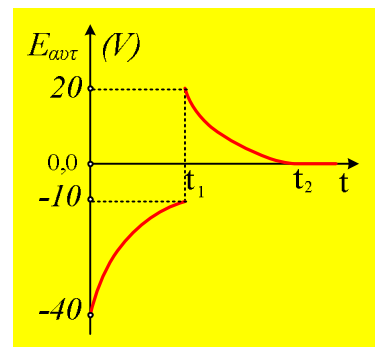
- γ) Από την εξίσωση (1) παίρνουμε για την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του πηνίου, από $0-t_1$:

$$\square - i_1 r - i_1 R - L \frac{di_1}{dt} = 0 \rightarrow E_{avt} = -L \frac{di_1}{dt} = -\square + i_1 r + i_1 R$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι η ΗΕΔ, ξεκινά από την τιμή $-40V$ και αυξάνεται (εκθετικά) μέχρι την τιμή $-10V$ τη στιγμή t_1 . Μόλις κλείσουμε το διακόπτη δ_2 η σχέση (2):

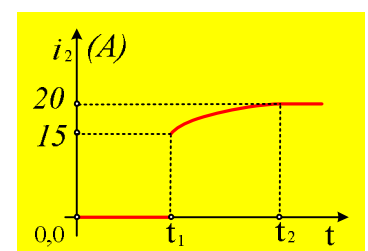
$$E'_{avt} = -L \frac{di_1}{dt} = iR$$

Μας λέει ότι η ΗΕΔ ξεκινά από την τιμή $20V$ (ερώτηση ii)) και ακολουθώντας την μορφή της έντασης του ρεύματος, όπως παραπάνω, μηδενίζεται την στιγμή t_2 . Με βάση αυτά η μορφή της γραφικής παράστασης είναι αυτή του διπλανού σχήματος.



- δ) Προφανώς ο διακόπτης δ_2 δεν διαρρέεται από ρεύμα όταν είναι ανοικτός, από $0-t_1$. Στην συνέχεια εφαρμόζοντας τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Θ , θα έχουμε:

$$I_1 = i + i_2 \rightarrow i_2 = I_1 - i = 20 - i \quad (S.I)$$



Η παραπάνω εξίσωση μας δίνει ότι την στιγμή που κλείνουμε τον διακόπτη δ_2 , αυτός διαρρέεται από ρεύμα έντασης $15 A$, ενώ στη συνέχεια η ένταση θα αυξάνεται (αφού μειώνεται η ένταση i) για να σταθεροποιηθεί στην τιμή $20 A$ τη στιγμή t_2 που σταματούν τα επαγωγικά φαινόμενα στο πηνίο.

dmargaris@gmail.com