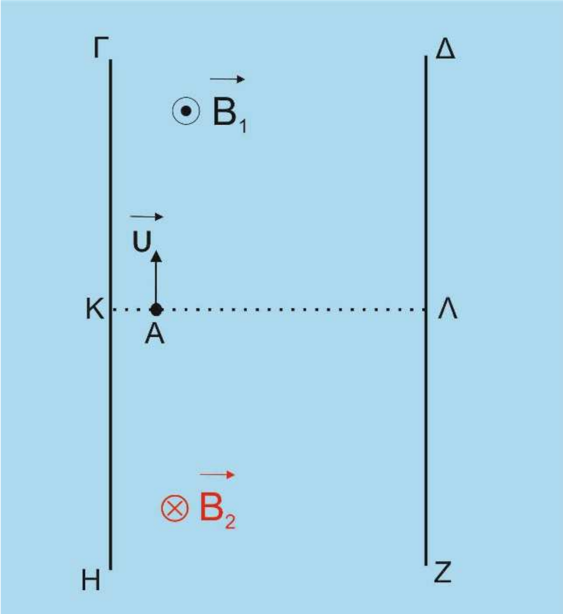
Από πού θα βγει;

Στο σχήμα βλέπουμε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο και στην περιοχή μεταξύ των ευθειών ΓΗ και ΔΖ επικρατούν δύο κατακόρυφα ομογενή μαγνητικά πεδία, τα οποία διαχωρίζονται από το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ. Τα μέτρα των εντάσεων των πεδίων είναι B_1 και $B_2 = 2 \cdot B_1$. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q εισέρχεται τη στιγμή t = 0 στο πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ από το σημείο Α και κάθετα στην πλευρά ΚΛ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \frac{\alpha \cdot q \cdot B_1}{4 \cdot m}$, όπου $\frac{7 \cdot \alpha}{8} = (ΑΛ)$. Να βρεθούν:



Α. το σημείο εξόδου του σωματιδίου από τα πεδία

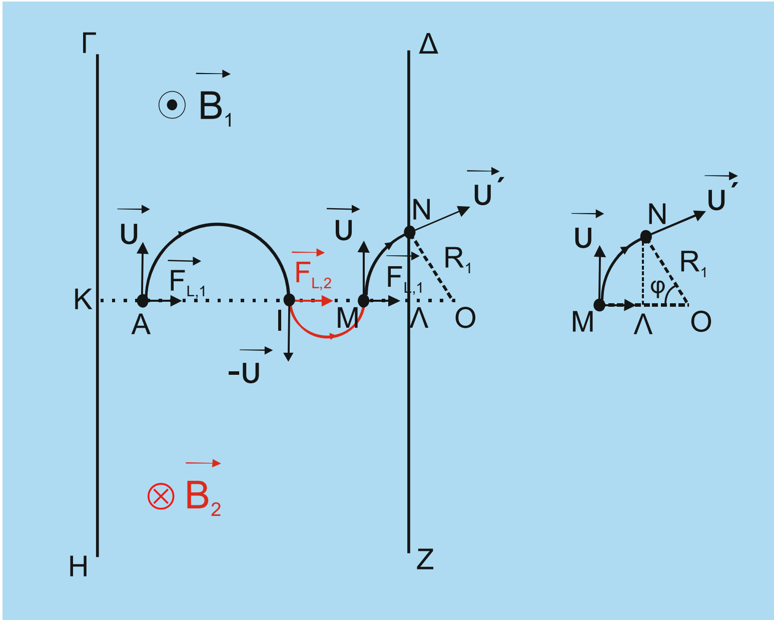
Β. η στιγμή εξόδου του σωματιδίου από τα πεδία

Γ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου από τη στιγμή t = 0 μέχρι την έξοδό του από τα πεδία.

Απάντηση

Το σωματίδιο λόγω της δύναμης Lorentz $\vec{F}_{L,1}$ θα εκτελέσει στο πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ ημικύκλιο ακτίνας

$$R_1=\frac{m\cdot\upsilon}{q\cdot B_1}\rightarrow$$
$$\rightarrow R_1=\frac{m\cdot\frac{\alpha\cdot q\cdot B_1}{4\cdot m}}{q\cdot B_1}\rightarrow$$
$$\rightarrow R_1=\frac{\alpha}{4}$$



και θα μπει στο πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ από το σημείο Ι με

$(AI)=2\cdot R_1\rightarrow(AI)=\frac{\alpha}{2}$. Λόγω της δύναμης Lorentz $\vec{F}_{L,2}$ θα εκτελέσει ημικύκλιο ακτίνας $R_2=\frac{m\cdot\upsilon}{q\cdot B_2}\rightarrow R_2=\frac{m\cdot\frac{\alpha\cdot q\cdot B_1}{4\cdot m}}{q\cdot 2\cdot B_1}\rightarrow R_2=\frac{\alpha}{8}$

και θα ξαναμπεί στο πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ από το σημείο Μ με $(IM)=2\cdot R_2\rightarrow(IM)=\frac{\alpha}{4}$.

Είναι $(A\Lambda)=(AI)+(IM)+(M\Lambda)\rightarrow\frac{7\cdot\alpha}{8}=\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha}{4}+(M\Lambda)\rightarrow(M\Lambda)=\frac{\alpha}{8}=\frac{R_1}{2}$. Επομένως το κέντρο της τροχιάς θα είναι το σημείο Ο με $(O\Lambda)=(OM)-(M\Lambda)=R_1-\frac{R_1}{2}=\frac{\alpha}{8}$.

Έτσι το σωματίδιο θα βγει από το σημείο Ν για το οποίο είναι

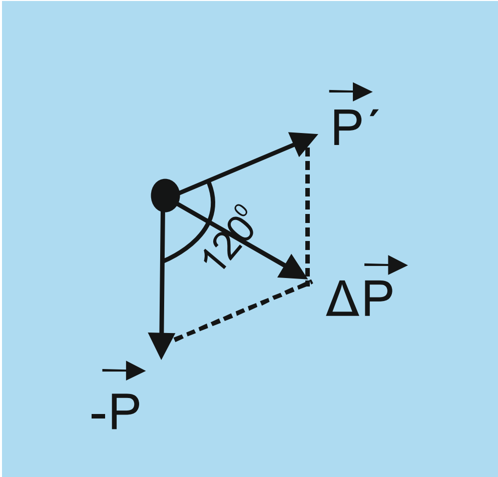
$$(\Lambda N)^2=(ON)^2-(O\Lambda)^2\rightarrow(\Lambda N)^2=R_1^2-(\frac{R_1}{2})^2\rightarrow(\Lambda N)=\frac{R_1\cdot\sqrt{3}}{2}\rightarrow(\Lambda N)=\frac{\alpha\cdot\sqrt{3}}{8}$$

Β. Είναι

$\sigma\upsilon\nu\varphi=\frac{(O\Lambda)}{(ON)}=\frac{\frac{R_1}{2}}{R_1}=\frac{1}{2}\rightarrow\varphi=60^0$. Η ζητούμενη στιγμή συναρτήσει των περιόδων κίνησης T_1 και T_2 στα αντίστοιχα πεδία θα είναι

$$t=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}+\frac{T_1}{6}\rightarrow t=\frac{2\cdot T_1}{3}+\frac{T_2}{2}\rightarrow t=\frac{2}{3}\cdot\frac{2\pi\cdot m}{q\cdot B_1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\cdot m}{q\cdot B_2}\rightarrow$$
$$\rightarrow t=\frac{4}{3}\cdot\frac{\pi\cdot m}{q\cdot B_1}+\frac{\pi\cdot m}{q\cdot 2\cdot B_1}\rightarrow t=\frac{11\cdot\pi\cdot m}{6\cdot q\cdot B_1}$$

Γ. Η ορμή του σωματιδίου παραμένει σταθερή κατά μέτρο. Η ταχύτητα εξόδου $\vec{\upsilon}'$ σχηματίζει με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ γωνία φ = 60^0 (οξείες γωνίες με τις πλευρές τους ανά δύο κάθετες δηλ. $\vec{\upsilon}'$ κάθετη στην ΟΝ και $\vec{\upsilon}$ κάθετη στην ΟΜ). Επομένως η $\vec{\upsilon}'$ σχηματίζει με την $-\vec{\upsilon}$ γωνία 120^0 και τα ίδια ισχύουν για τις αντίστοιχες ορμές. Το διάνυσμα $\Delta\vec{P} = \vec{P}' - \vec{P}$ είναι η διαγώνιος του παραλληλογράμμου, το οποίο είναι ρόμβος, επομένως διχοτομεί τη γωνία των $\vec{P}'$ και $\vec{P}$, άρα τα σχηματιζόμενα τρίγωνα είναι ισόπλευρα, οπότε $|\Delta\vec{P}| = |\vec{P}'| = |\vec{P}| = m \cdot \upsilon$



Παπάζογλου Αποστόλης