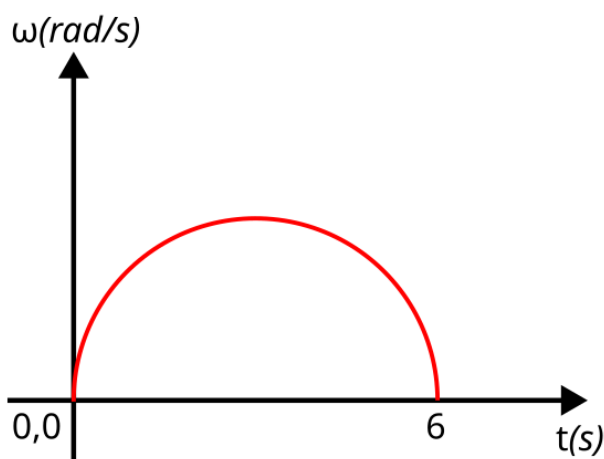
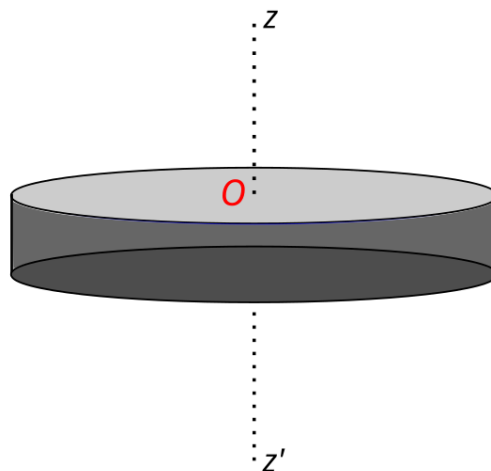


## Μία μη ρεαλιστική περιστροφική κίνηση δίσκου

Ο ομογενής δίσκος του σχήματος είναι αρχικά ακίνητος και αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από άξονα  $zz'$  που διέρχεται από το κέντρο του  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος ακινητοποιείται 6 δευτερόλεπτα αργότερα και η γραφική παράσταση της γωνιακής του ταχύτητας  $\omega$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



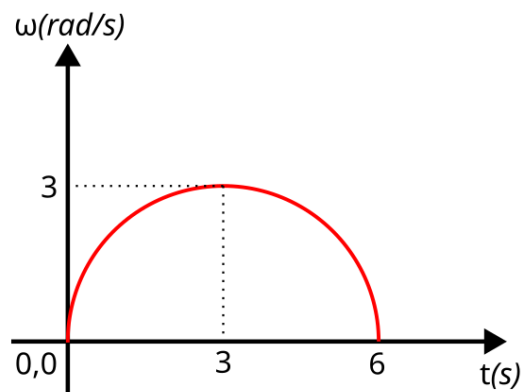
Το γράφημα στο παραπάνω διάγραμμα είναι ένα ημικύκλιο και έχει κατασκευαστεί σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (οι μονάδες μέτρησης των κάθετων αξόνων έχουν το ίδιο μήκος).

- A. Να προσδιορίσετε τη μέγιστη τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου κατά την κίνησή του, καθώς και τη χρονική στιγμή στην οποία η γωνιακή του ταχύτητα μεγιστοποιείται.
- B. Να υπολογίσετε το πλήθος των περιστροφών του δίσκου στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0$  έως και  $t = 6s$ .
- Γ. Είναι ρεαλιστικός ο τρόπος με τον οποίο περιστρέφεται ο δίσκος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

### Απάντηση

A. Επειδή το γράφημα του διαγράμματος αντιστοιχεί σε ημικύκλιο, αντιλαμβανόμαστε ότι η διάμετρος του ημικυκλίου ισούται με  $\delta = 6$  και η αντίστοιχη ακτίνα του  $\rho = 3$ .

Επομένως, η χρονική στιγμή κατά την οποία μεγιστοποιείται η γωνιακή του ταχύτητα αντιστοιχεί στο κέντρο του ημικυκλίου. Δηλαδή, πρόκειται για τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3s$  με αποτέλεσμα η μέγιστη γωνιακή του



ταχύτητα να ισούται με  $\omega_{max} = 3 \text{ rad/s}$ , καθώς το σύστημα αξόνων στο διάγραμμα είναι ορθοκανονικό.

**Β.** Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν κάτω από το διάγραμμα και μεταξύ των αξόνων θα ισούται αριθμητικά με γωνιακή μετατόπιση του δίσκου. Επομένως, έχουμε ότι

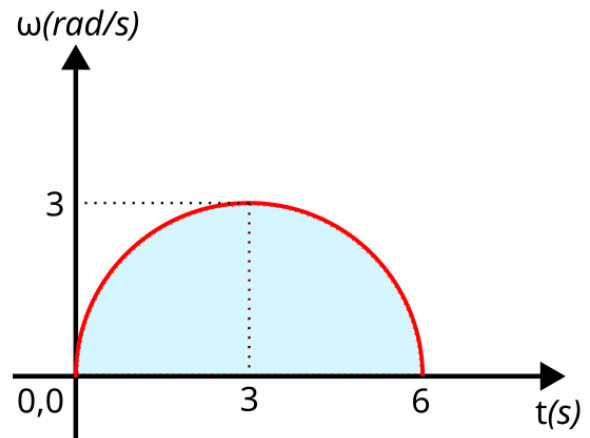
$$\Delta\theta = \frac{E_k}{2} = \frac{\pi\rho^2}{2} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \text{ rad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 4,5\pi \text{ rad}$$

Άρα, το ζητούμενο πλήθος περιστροφών του δίσκου είναι ίσο με

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{4,5\pi}{2\pi} \text{ περιστροφές} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 2,25 \text{ περιστροφές}$$



**Γ.** Η παραπάνω περιστροφική κίνηση του δίσκου δεν μπορεί να είναι ρεαλιστική, καθώς το ημικύκλιο δέχεται κατακόρυφες εφαπτομένες στην αρχή και στο τέλος της κίνησης του. Δηλαδή, ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$  και  $t = 6\text{s}$  είναι κατά απόλυτη τιμή άπειρος.

Η κλίση της αντίστοιχης καμπύλης σε ένα διάγραμμα  $\omega - t$  ισούται με τη γωνιακή επιτάχυνση. Έτσι, για να περιστραφεί ο δίσκος σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης, θα πρέπει το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου να είναι άπειρο τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$  και  $t = 6\text{s}$  (να δέχεται άπειρη ροπή) πράγμα αδύνατο.

*Μίλτος Καδιλτζόγλου*

*miltoskadiltzoglou@gmail.com*