

Τυπολόγιο για ασκήσεις αυτεπαγωγής

Τα μεγέθη του κυκλώματος: i, I_0 (στιγμιαία και μέγιστη ένταση ρεύματος, A),
 $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ (ρυθμός μεταβολής ρεύματος, A/s), $E_{\text{αυτ}}$ (τάση από αυτεπαγωγή, V), E (ΗΕΔ πηγής, V),
 V_{π} (πολική τάση, V), V_R (τάση στα άκρα αντίστασης, V), r (εσωτερική αντίσταση πηγής, Ω),
 R (εξωτερική αντίσταση, Ω), L (συντελεστής αυτεπαγωγής, H)

Ενεργειακά μεγέθη: U_L (ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου, J), $P_{\eta\lambda}$ (ισχύς πηγής, W),
 P_L (ισχύς στο πηνίο, W), P_R (ισχύς αντίστασης, W), P_r (ισχύς εσωτερικής αντίστασης, W)

A. Αποκατάσταση ρεύματος σε κύκλωμα με ιδανικό πηνίο L και πηγή E, r

Βασικές σχέσεις ($t_0=0$: κλείσιμο κυκλώματος, θέση 1)

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (\text{φαινόμενο αυτεπαγωγής})$$

$$E = |E_{\text{ΑΥΤ}}| + i(R + r) \quad (2^{\text{ος}} \text{ κανόνας Κίρκοφ})$$

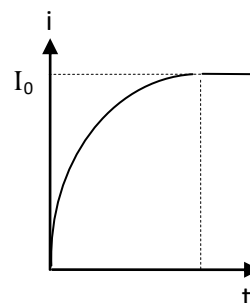
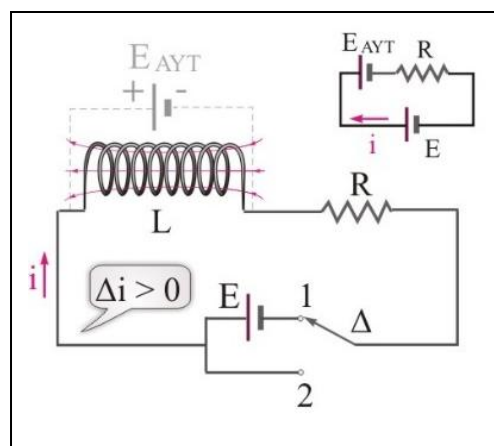
$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 A}{l} \quad (\text{εξάρτηση συντελεστή αυτεπαγωγής από τα χαρακτηριστικά του πηνίου})$$

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2$$

$P_{\eta\lambda} = P_L + P_R + P_r \Rightarrow Ei = |E_{\text{αυτ}}|i + i^2 R + i^2 r$ (αρχή διατήρησης της ενέργειας – η πηγή προσφέρει ενέργεια που μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο και θερμική στις αντιστάσεις)

- Η ένταση του ρεύματος, $i = \frac{E - |E_{\text{ΑΥΤ}}|}{R + r}$, ξεκινάει από την τιμή μηδέν και διαρκώς αυξάνεται μέχρι την τελική μέγιστη τιμή, όπου σταθεροποιείται $I_0 = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = \frac{E}{R + r}$ (για ιδανική πηγή $I_0 = \frac{E}{R}$)

- Ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος (η κλίση του γραφήματος) είναι θετικός, ξεκινάει από τη μέγιστη τιμή $\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{\text{max}} = \frac{E}{L}$ και διαρκώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί.



Παναγιώτης Μπετσάκος

- Η τάση από αυτεπαγωγή, $|E_{\text{AYT}}| = E - i(R + r)$, ξεκινάει από την τιμή E και διαρκώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί, αναλογικά με τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος, σύμφωνα και με τη

$$\text{σχέση } |E_{\text{AYT}}| = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

- Η πολική τάση, $V_{\pi} = E - ir = |E_{\text{αυτ}}| + V_R = |E_{\text{αυτ}}| + iR$, ξεκινάει από την τιμή E και μειώνεται μέχρι την τελική ελάχιστη τιμή, όπου σταθεροποιείται, $V_{\pi, \text{min}} = E - I_0 r = I_0 R = V_{R, \text{max}}$

(για ιδανική πηγή $V_{\pi} = E = I_0 R = V_{R, \text{max}} = \text{σταθερή}$)

- Η τάση στα άκρα της αντίστασης, $V_R = iR$, ξεκινάει από την τιμή μηδέν και αυξάνεται μέχρι την τελική μέγιστη τιμή $V_{R, \text{max}} = I_0 R$, αναλογικά με την ένταση του ρεύματος.

- Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου ξεκινάει από την τιμή μηδέν και αυξάνεται μέχρι την τελική μέγιστη τιμή, όπου σταθεροποιείται, $U_{L(\text{max})} = \frac{1}{2} L I_0^2$

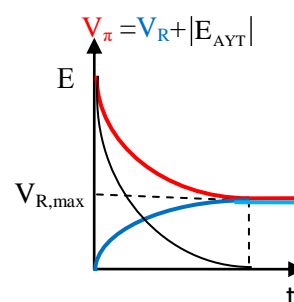
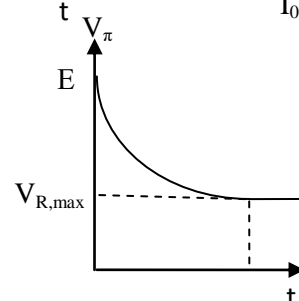
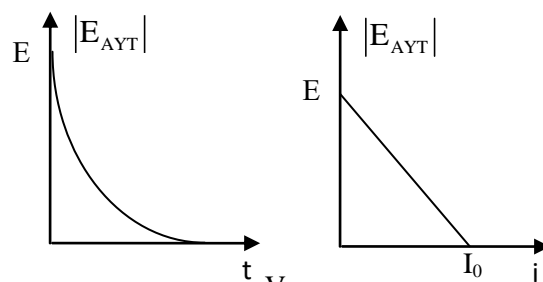
- Η ισχύς της πηγής, $P_{\eta\lambda} = Ei$, ξεκινάει από την τιμή μηδέν και αυξάνεται μέχρι την τελική μέγιστη τιμή $P_{\eta\lambda, \text{max}} = EI_0$, αναλογικά με την ένταση του ρεύματος, όπου σταθεροποιείται.

- Η ισχύς του πηνίου, $P_L = |E_{\text{αυτ}}|i$, ξεκινάει από την τιμή μηδέν, αυξάνεται μέχρι μια τιμή κι έπειτα μειώνεται μέχρι να ξαναμηδενιστεί (στην αρχή $i=0$ και στο τέλος $E_{\text{αυτ}} = 0$).

- Η ισχύς στις αντιστάσεις, $P_R = i^2 R$, $P_r = i^2 r$, ξεκινάνε από την τιμή μηδέν και αυξάνονται μέχρι την τελική μέγιστη τιμή, $P_R = I_0^2 R$, $P_r = I_0^2 r$ αναλογικά με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος, όπου σταθεροποιούνται.

- Η πολικότητα στην τάση από αυτεπαγωγή είναι τέτοια, ώστε να τείνει το πηνίο να «αντιστέκεται» στην αύξηση του ρεύματος (οι πηγές – μπαταρία, πηνίο – αντίθετης πολικότητας)

- Αν το πηνίο είναι ιδανικό, μετά την αποκατάσταση του ρεύματος θεωρείται απλό σύρμα και αν δεν είναι ιδανικό, έχοντας και ωμική αντίσταση, στο τέλος απλά είναι άλλος ένας αντιστάτης.



B. Μηδενισμός ρεύματος μετά την αφαίρεση της πηγής από το κύκλωμα

Βασικές σχέσεις ($t_0=0$: αλλαγή στον μεταγωγό, θέση 2)

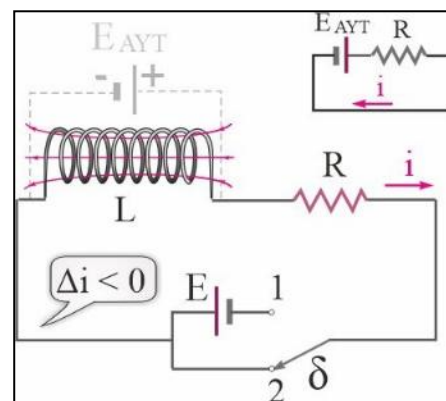
$$E_{\text{AYT}} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (\text{φαινόμενο αυτεπαγωγής})$$

$$|E_{\text{AYT}}| = iR = V_R \quad (2^{\text{ος}} \text{ κανόνας Κίρκοφ})$$

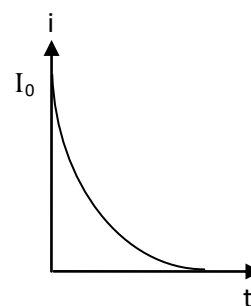
$$U_L = \frac{1}{2} Li^2$$

$$P_L = P_R \Rightarrow |E_{\text{αυτ}}| i = i^2 R \quad (\text{αρχή διατήρησης της ενέργειας - το πηνίο}$$

προσφέρει την αποθηκευμένη ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική στις αντιστάσεις)



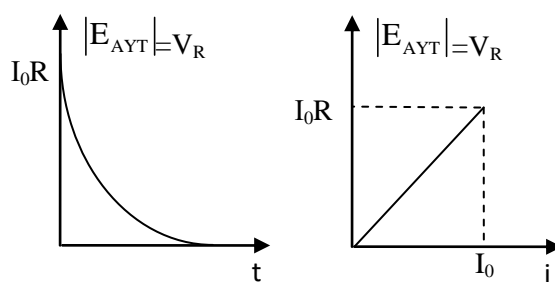
- Η ένταση του ρεύματος, $i = \frac{|E_{\text{AYT}}|}{R}$, ξεκινάει από τη μέγιστη τιμή, πριν την αλλαγή στον μεταγωγό, $I_0 = \frac{E}{R+r}$ (για ιδανική πηγή: $I_0 = \frac{E}{R}$) και διαρκώς μειώνεται μέχρι την τιμή μηδέν.



- Ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος (η κλίση του γραφήματος) είναι αρνητικός και ξεκινάει από την τιμή $\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{|E_{\text{AYT}}|_{\text{max}}}{L}$ και το μέτρο του διαρκώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί.

- Η τάση από αυτεπαγωγή, $|E_{\text{AYT}}| = iR$, ξεκινάει από την τιμή $|E_{\text{AYT}}|_{\text{max}} = I_0 R = \frac{ER}{R+r}$ (E, για ιδανική πηγή) και διαρκώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί, αναλογικά με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος, σύμφωνα και με τη σχέση

$$|E_{\text{AYT}}| = L \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right|$$



- Η τάση στα άκρα της αντίστασης, $V_R = iR$, ξεκινάει από τη μέγιστη τιμή $V_{R,\text{max}} = I_0 R$ και διαρκώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί, έχοντας ίδιο διάγραμμα με την $|E_{\text{AYT}}|$.

- Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου ξεκινάει από τη μέγιστη τιμή $U_{L(\text{max})} = \frac{1}{2} LI_0^2$ και μειώνεται μέχρι την τελική τιμή μηδέν.

- Η ισχύς του πηνίου, $P_L = |E_{\text{αυτ}}| i$, και της αντίστασης $P_R = i^2 R$, ξεκινάνε από τη μέγιστη τιμή $P_{L,\text{max}} = P_{R,\text{max}} \Rightarrow |E_{\text{αυτ}}|_{\text{max}} I_0 = I_0^2 R$ και διαρκώς μειώνονται μέχρι να μηδενιστούν.

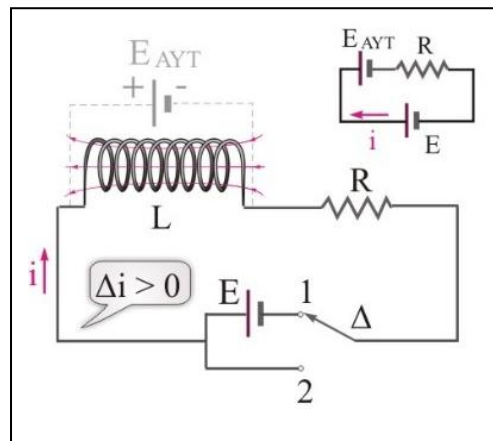
Παναγιώτης Μπετσάκος

- Η πολικότητα στην τάση από αυτεπαγωγή είναι τέτοια, ώστε να τείνει το πηνίο να «αντιστέκεται» στη μείωση του ρεύματος (ίδια πολικότητα με τη μπαταρία).

Μία άσκηση για κάθε περίπτωση

A. Για το κύκλωμα του σχήματος το πηνίο είναι ιδανικό, με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,2\text{H}$, η πηγή έχει $E=100\text{V}$, $r=2\Omega$ και ο αντιστάτης $R=8\Omega$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ περνάμε τον μεταγωγό στη θέση 1. Να υπολογίσετε:

- την τελική τιμή I_0 του ρεύματος.
 - τη μέγιστη ενέργεια μαγνητικού πεδίου που αποθηκεύτηκε στο πηνίο.
 - τον μέγιστο ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
 - την ελάχιστη τιμή της πολικής τάσης.
- Τη στιγμή που ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i=2\text{A}$ να υπολογίσετε:
- την $|E_{\text{AYT}}|$ που αναπτύσσεται στο πηνίο.
 - τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
 - την πολική τάση της πηγής.
 - την ισχύ σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος: $P_{\eta\lambda}$, P_r , P_R , P_L .



B. Για το κύκλωμα του σχήματος το πηνίο είναι ιδανικό, με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,1\text{H}$, η πηγή έχει $E=100\text{V}$, $r=1\Omega$ και ο αντιστάτης $R=9\Omega$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ περνάμε τον μεταγωγό από τη θέση 1 στη θέση 2. Να υπολογίσετε:

- την αρχική τιμή I_0 του ρεύματος.
 - τη μέγιστη ενέργεια μαγνητικού πεδίου που αποθηκεύτηκε στο πηνίο.
 - την αρχική τιμή της τάσης από αυτεπαγωγή στο πηνίο.
 - τον ελάχιστο ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
- Τη στιγμή που ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i=5\text{A}$ να υπολογίσετε:
- την $|E_{\text{AYT}}|$ που αναπτύσσεται στο πηνίο.
 - τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
 - την ισχύ σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος: P_R , P_L .

