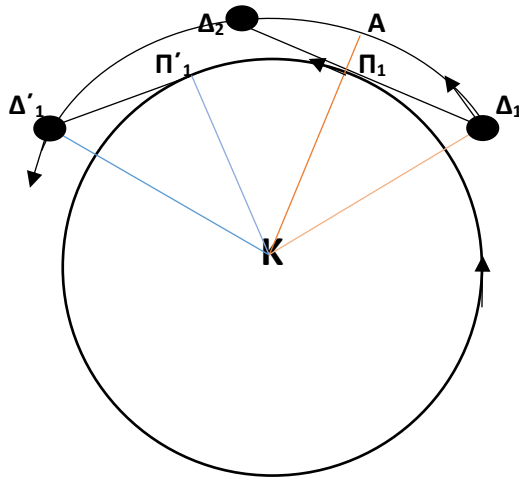


## ΑΣΤΕΡΙΣΜΟΣ ΔΟΡΥΦΟΡΩΝ



Εταιρεία επιθυμεί να θέσει στην ίδια ισημερινή τροχιά 6 δορυφόρους προκειμένου να έχει συνεχή κάλυψη σε όλους τους τόπους εκατέρωθεν του ισημερινού και οι δορυφόροι να επικοινωνούν οριακά συνεχώς μεταξύ τους.

Α) Ποια τα στοιχεία της τροχιάς του δορυφόρου; (ακτίνα τροχιάς, ταχύτητα, περίοδος)

Β) Δορυφόρος στη θέση  $\Delta_1$  επικοινωνεί οριακά με δορυφόρο στο σημείο  $\Delta_2$  όπου τέμνεται η τροχιά του με την εφαπτόμενη  $\Delta_1\Delta_2$  στην επιφάνεια της γης. Παρατηρητής  $\Pi_1$  στον ισημερινό βλέπει τον δορυφόρο να ανατέλλει στις 20:50:30 μ.μ από τη θέση  $\Delta_1$  και περνώντας από το ζενίθ του παρατηρητή (κατακόρυφα πάνω από το κεφάλι του) να δύει στη θέση  $\Delta'_1$  οριακά στον ορίζοντα του παρατηρητή ο οποίος έχει μετακινηθεί στη θέση  $\Pi'_1$  λόγω περιστροφής της γης.

Ποια ώρα θα δύσει ο δορυφόρος; Ποια ώρα θα περάσει από το ζενίθ του παρατηρητή;

Δίνονται: Μέση ακτίνα γης  $R_T = 6371 \text{ km}$ , μέση επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Γ) Πώς από τα στοιχεία της τροχιάς του δορυφόρου μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα της γης; Συγκρίνεται με τη σωστή μάζα της γης. Που μπορεί να οφείλεται η διαφορά στις δύο τιμές;

Δίνονται: Μάζα γης  $M_T = 5,97217 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

### Λύση

Α) Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του δορυφόρου είναι  $r = R_T + h(1)$

Εφόσον τοποθετούνται 6 δορυφόροι σε κάθε τροχιά δύο διαδοχικοί θα βρίσκονται στα άκρα τόξου  $\pi/3$  με χορδή εφαπτόμενη στην επιφάνεια της γης **ώστε οριακά να επικοινωνούν μεταξύ τους**, επομένως **γωνία( $\Delta_1 K \Delta_2$ ) =  $\pi/3$**  και **γωνία( $\Delta_1 K A$ ) =  $\pi/6$** . Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $K \Pi_1 \Delta_1$   $\cos(\pi/6) = R_r / (R_r + h) \Rightarrow$   
 **$h = 985,813 \text{ km}$  και  $r = 7356,813 \text{ km}$** .

Η επιτάχυνση της βαρύτητας στο ύψος  $h$  του δορυφόρου είναι η κεντρομόλος επιτάχυνσή του

$$g = a_c = v^2/r \Rightarrow \frac{GM_r}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_r}{r} = v^2 \quad (2) \quad \text{και} \quad g_0 = \frac{GM_r}{R_r^2} \Rightarrow GM_r = g_0 R_r^2 \quad (3)$$

$$(2)(3) \Rightarrow v = R_r \sqrt{\frac{g_0}{r}} \Rightarrow \quad \mathbf{v = 7356,94 \text{ m/s}}$$

$$\text{Περίοδος } T = 2\pi r/v \Rightarrow T = 6283 \text{ s} \Rightarrow \quad \mathbf{T = 1,7453 \text{ h}}$$

Β) Το τόξο που διαγράφει ο δορυφόρος από την ανατολή μέχρι τη δύση του σε χρόνο  $t$  είναι  $\Delta_1 \Delta'_1 = \text{γωνία } \Delta_1 K \Pi_1 + \text{γωνία}(\Pi_1 K \Pi'_1) + \text{γωνία}(\Pi'_1 K \Delta'_1) = \pi/6 + \phi + \pi/6 = \pi/3 + \phi = (2\pi/T)t$  (4) όπου  $\phi$  το τόξο που διαγράφει ο παρατηρητής στον ίδιο χρόνο λόγω περιστροφής της γης και  $\phi = (2\pi/T_r)t$  (5)

$$(4)(5) \Rightarrow \pi/3 = 2\pi t(1/T - 1/T_r) \Rightarrow \mathbf{t = 0,3137 \text{ h} = 18,822 \text{ min} = 18 \text{ min } 50 \text{ sec}}$$

$$\mathbf{\text{Άρα ο δορυφόρος δύνει στις } 20:50:30 + 00:18:50 = 20:68:80 = 20:88:20 =}$$

$$\mathbf{= 21:28:20 \text{ μ.μ}}$$

Το ζενίθ του παρατηρητή βρίσκεται στο μέσον της τροχιάς του δορυφόρου από την ανατολή μέχρι τη δύση, επομένως ο δορυφόρος θα περάσει από το ζενίθ του παρατηρητή την  $(20:50:30 + 21:28:20)/2 = \mathbf{21:09:25}$

$$\Gamma(2) \Rightarrow M_r = v^2 r / G = 7356,94^2 \times 7356813 / 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI} \Rightarrow \mathbf{M_r = 5,96978 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

Η σχετικά μικρή διαφορά από την πραγματική μάζα  $M_r = 5,97217 \times 10^{24} \text{ kg}$  οφείλεται στο γεγονός ότι η γη δεν είναι ομογενής σφαίρα αλλά **ανομοιογενής και με μεγάλη προσέγγιση ελλειψοειδής εκ περιστροφής**, η δε τροχιά του δορυφόρου είναι **έλλειψη μικρής όμως εκκεντρότητας**. Σχετικά μικρή διαφοροποίηση υπάρχει και λόγω των πολύ μικρών ελκτικών δυνάμεων σελήνης και ήλιου στον δορυφόρο.