# Μετρώντας το ύψος από το έδαφος

Ένα σώμα Σ μάζας 2kg, εκτελεί αατ στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου.



i) Να αποδείξετε ότι το ύψος h του σώματος από το έδαφος, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ii) Αν η γραφική παράσταση του ύψους του σώματος από το έδαφος είναι της μορφής του παραπάνω σχήματος, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

iii) Αφού βρεθεί η εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο (Κ=Κ(t)), να γίνει η γραφική της παράσταση.

iv) Αν τη χρονική στιγμή t1=1s το σώμα Σ συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο σώμα Σ1 το οποίο κινείται κατακόρυφα, τότε η γραφική παράσταση του ύψους με το χρόνο, παίρνει την μορφή του διπλανού σχήματος. Ζητούνται:

α) Η μάζα του σώματος Σ1.

β) Η ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση, μεταξύ των δύο σωμάτων.

Δίνεται π2=10 και g=10m/s2.

***Απάντηση:***

* 1. Έστω ότι το σώμα Σ ταλαντώνεται κατακόρυφα με εξίσωση απομάκρυνσης:



Τότε αν η θέση ισορροπίας απέχει κατά Η από το έδαφος, το ύψος του σώματος στην τυχαία θέση του, θα είναι:



Δηλαδή το ύψος h από το έδαφος μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο, απλά η καμπύλη είναι μετατοπισμένη κατακόρυφα κατά Η.

* 1. Με βάση τη μορφή της γραφικής παράστασης που μας δίνεται, βλέπουμε ότι η θέση ισορροπίας βρίσκεται σε ύψος Η=1m, ενώ το σώμα ταλαντώνεται μεταξύ των θέσεων 0,5m και 1,5m, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με Α=0,5m. Εξάλλου Τ/2=1s ή Τ=2s, ενώ το σώμα ξεκινά από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, συνεπώς δεν έχει αρχική φάση. Με βάση αυτά η εξίσωση της απομάκρυνσης παίρνει την μορφή:

 μονάδες στο (S.Ι.)

* 1. Γνωρίζοντας την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος, γράφουμε την εξίσωση της ταχύτητας:

 (S.Ι.)

Οπότε η κινητική ενέργεια του σώματος δίνεται από την εξίσωση:

 (S.Ι.)

Με αντίστοιχη γραφική παράσταση, όπως στο παρακάτω σχήμα:



* 1. Ελάχιστα πριν την κρούση το σώμα Σ φτάνει στην θέση ισορροπίας, κινούμενο προς τα κάτω, άρα έχει ταχύτητα υ1=-υmαx=-0,5π m/s, ενώ αμέσως μετά το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα, αφού ξεκινά να ταλαντώνεται από θέση πλάτους. Εξάλλου η νέα ταλάντωση πραγματοποιείται σε ύψη μεταξύ των 0,5m και 1m, άρα η νέα θέση ισορροπίας θα βρίσκεται σε ύψος Η1=0,75m από το έδαφος, χαμηλότερα κατά d=0,25m από την προηγούμενη θέση ισορροπίας και το νέο πλάτος ταλάντωσης θα είναι Α1=0,25m.

α) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ και στο συσσωμάτωμα στις δύο θέσεις ισορροπίας. Από τις ισορροπίες των σωμάτων βρίσκουμε:



Από (1) και (2) παίρνουμε:



β) Η ενέργεια της νέας ταλάντωσης, μετά την κρούση είναι ίση:



γ) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, εφαρμόζουμε για την κρούση της αρχή διατήρησης της ορμής:



Οπότε η απώλεια της κινητικής ενέργειας, είναι ίση με την κινητική ενέργεια πριν την κρούση (μετά την κρούση Κ=0):



***dmargaris@gmail.com***