Επιφανειακό κύμα και συμβολή

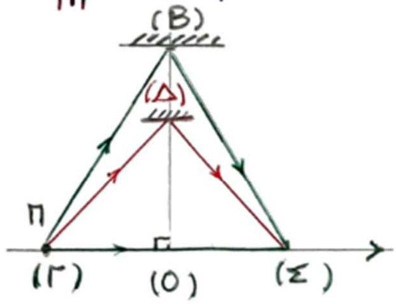
ΑΣΚΗΣΗ

Στο σημείο (Γ) με $x_Γ = x_0 = 0$ ήρεμης επιφάνειας υγρού δημιουργούμε κύμα με την πηγή (Π). Η πηγή ταλαντώνεται με εξίσωση $ψ_Π = 0{,}2\,ημ(2πt)$ (S.I.). Στο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού με $x_Σ = 6m$ φτάνει το κύμα την $t_Σ = 3s$. Το πλάτος δεν μεταβάλλεται με την απόσταση απο την πηγή.

α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου (Σ) με τον χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

β) Να βρείτε την ταχύτητα της πηγής όταν το σημείο (Σ) θα βρίσκεται στην ανώτερη θέση της τροχιάς του.

Σταματάμε την ταλάντωση της πηγής και τοποθετούμε έναν ανακλαστήρα στην θέση (Β) πάνω στην μεσοκάθετο του ευθ. τμήματος (Γ Σ) ώστε το τρίγωνο $(\Gamma \hat{B} \Sigma)$ να είναι ισόπλευρο. Όταν ηρεμήσει η επιφάνεια του υγρού θέτουμε εκ νέου την πηγή στο σημείο (Γ) σε α.α.τ. με $\psi_\Pi = 0{,}2\eta\mu 2\pi t$ (S.I.)



Στο (Σ) τώρα τα κύματα μπορούν να φθάσουν ή απευθείας (ακολουθώντας την διαδρομή ΠΣ) ή αφού ανακλασθούν στον ανακλαστήρα (όπως στο σχήμα)

γ) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης του σημείου (Σ) σε συνάρτηση με τον χρόνο και να γίνει η γραφική παράσταση $|A'| = f(t)$.

δ) Μετακινούμε αργά, τον ανακλαστήρα πάνω στην μεσοκάθετο του (ΓΣ), απο την θέση (Β) και παρατηρούμε ότι για πρώτη φορά το (Σ) κάνει ταλάντωση με μέγιστο πλάτος στην θέση (Δ) Να βρείτε την απόσταση (ΟΔ).

(2)

Λύση

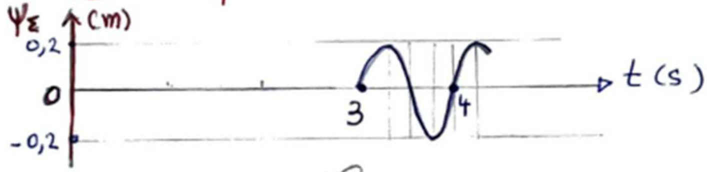
α) $\psi_\Sigma = A\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right)$

Απο την $\psi_\pi = 0{,}2\,\eta\mu(2\pi t)$ (S.I.) προκύπτουν

$\boxed{A = 0{,}2\,m}$, $\omega = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow \boxed{T = 1\,s}$

$$\begin{cases} \upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon_\delta \cdot T \Rightarrow \boxed{\lambda = 2\,m/s} \\ \upsilon_\delta = \frac{x_\Sigma}{t_\Sigma} = \frac{6}{3} \Rightarrow \upsilon_\delta = 2\,m/s \end{cases}$$

αρα: $\psi_\Sigma = 0{,}2\,\eta\mu 2\pi(t-3)$ (S.I.)



β) $\phi_\pi - \phi_\Sigma = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(x_\Sigma - \cancel{x_\pi}^{\,0}) \Rightarrow \phi_\pi - \phi_\Sigma = \frac{2\pi}{2}\,6 \Rightarrow$

$\phi_\pi - \phi_\Sigma = 6\pi$ και $\phi_\pi = \phi_\Sigma + 6\pi$ (1)

$\psi_\Sigma = A\,\eta\mu\phi_\Sigma \xRightarrow{(\psi_\Sigma = A)} A = A\,\eta\mu\phi_\Sigma \Rightarrow \eta\mu\phi_\Sigma = 1 = \eta\mu\frac{\pi}{2}$

και $\phi_\Sigma = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$ (2)

$(1) \xRightarrow{(2)} \phi_\pi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} + 6\pi \Rightarrow \phi_\pi = 2\kappa\pi + 13\frac{\pi}{2}$ (3)

άρα: $\upsilon_\pi = \upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu\,\phi_\pi = \upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu\left(2\kappa\pi + 13\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow \upsilon_\pi = 0.$

Σημείωση: Επειδή η απόσταση πηγής-σημείου είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος ($x_\Sigma - x_\pi = 6 = 3\lambda$) η πηγή και το σημείο έχουν κάθε στιγμή ίδια απομάκρυνση και ίδια ταχύτητα.

(1)

γ) Ανακλαστήρας στην θέση (Β)

$r_1 - r_2 = (ΓΒΣ) - (ΓΣ) = 12 - 6 = 6 = 3 \cdot \lambda$

άρα στο σημείο (Σ) έχουμε ενίσχυση.

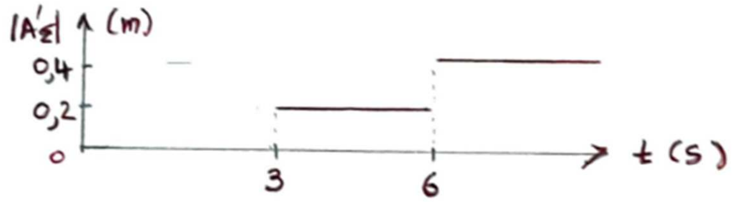
$t_2 = \frac{r_2}{υ_δ} = \frac{6}{2} = 3s$

$t_1 = \frac{r_1}{υ_δ} = \frac{12}{2} = 6s$

$(0 \le t \le 3)s$: $|A'_Σ| = 0$ (δεν έχει φτάσει το κύμα ούτε από την διαδρομή r_1 ούτε από την διαδρομή r_2)

$(3 \le t \le 6)s$: $|A'_Σ| = A = 0,2m$ (έχει φτάσει το κύμα μόνο από την διαδρομή r_2)

$(6 \le t)s$: $|A'_Σ| = 2A = 0,4m$



δ) Ανακλαστήρας στην θέση (Δ)

$r_1' - r_2' = N'\lambda \Rightarrow (ΓΔΣ) - (ΓΣ) = (N-1)\lambda \Rightarrow 2(ΓΔ) - 6 = 2 \cdot 2 \Rightarrow$

$2(ΓΔ) = 10 \Rightarrow (ΓΔ) = 5\,m.$

Π.Θ. $(Γ\hat{Δ}Δ)$: $(ΓΔ)^2 = (ΟΔ)^2 + (ΟΓ)^2 \Rightarrow 5^2 = (ΟΔ)^2 + 3^2$

$\Rightarrow (ΟΔ) = 4\,m$

Γιώργος Σφυρής