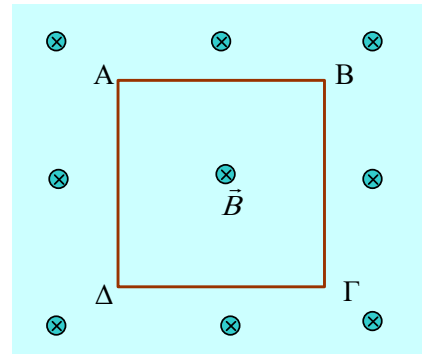


## Επαγωγή σε ακίνητο πλαίσιο

Ένα αγώγιμο τετράγωνο πλαίσιο, το οποίο ηρεμεί σε ένα μονωτικό οριζόντιο επίπεδο, έχει πλευρά μήκους  $a=2\text{m}$  και αντίσταση  $R=0,8\Omega$ , ενώ στο χώρο επικρατεί ένα κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο με δυναμικές γραμμές, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη) τη στιγμή  $t_0=0$ , ενώ η ένταση του πεδίου ικανοποιεί την εξίσωση  $B = 2 - 0,5t$  (S.I.).



- i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_0$  είναι θετική ή αρνητική;

Πάρτε την κάθετη στο πλαίσιο με φορά προς τα μέσα, ίδια με την φορά της έντασης του πεδίου τη στιγμή  $t_0$ .

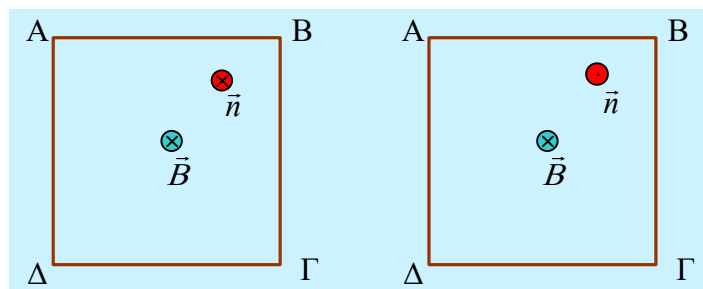
- ii) Με βάση αυτή την σύμβαση, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1=2\text{s}$ :

- α) Τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο, καθώς και την ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής που αναπτύσσεται πάνω του.
- β) Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο και να καθορίσετε την φορά της.
- γ) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η πλευρά AB του πλαισίου από το μαγνητικό πεδίο και να υπολογιστεί η ισχύς της. Πόση είναι αντίστοιχα η ισχύς της ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο;

- iii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στο παραπάνω ερώτημα ii) για τη χρονική στιγμή  $t_2=6\text{s}$ ;

### Απάντηση:

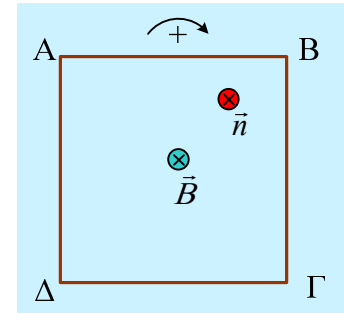
- i) Με βάση την εξίσωση της έντασης  $B$  του πεδίου τη στιγμή  $t_0=0$ , η ένταση με αυτή την κατεύθυνση έχει ληφθεί θετική. Αλλά αυτό δεν μας λέει κάτι για τον προσανατολισμό της κάθετης στο πλαίσιο, αφού η μαγνητική ροή δίνεται από την εξίσωση  $\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$ , όπου αυτό το  $B$  είναι το μέτρο της έντασης του πεδίου, ενώ για την κατεύθυνση της κάθετης, **εμείς** πρέπει να την ορίσουμε και έχουμε δικαίωμα να την ορίσουμε είτε προς τα μέσα, είτε προς τα έξω, όπως στα σχήματα.



Αν δεχτούμε το πρώτο σχήμα, τότε η μαγνητική ροή είναι θετική, αφού  $\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = B \cdot A > 0$ , ενώ αν δεχτούμε το δεύτερο σχήμα  $\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -B \cdot A < 0$ . Ανάλογα τι θα επιλέξουμε θα έχουμε και διαφορετικά αλγεβρικά αποτελέσματα, τα οποία όμως θα περιγράφουν την ίδια φυσική πραγματικότητα. Αρκεί να είμαστε συνεπείς...

- ii) Παίρνοντας την κάθετη όπως στο πρώτο από τα παραπάνω σχήματα, έχουμε δεχτεί επί της ουσίας μια

θετική φορά διαγραφής περιμετρικά του πλαισίου, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, όπου ο αντίχειρας δείχνει την κάθετη και τα ενωμένα δάκτυλα την φορά διαγραφής, όπως στο σχήμα (η ωρολογιακή φορά είναι η θετική φορά διαγραφής).



α) Με βάση τα παραπάνω για την μαγνητική ροή τη στιγμή  $t_1$ , όπου η ένταση του πεδίου έχει αλγεβρική τιμή  $B_1 = 2 - 0,5t_1 = (2 - 0,5 \cdot 2)T = 1T$ , συνεπώς την κατεύθυνση όπως στο παραπάνω σχήμα. Η μαγνητική ροή είναι ίση:

$$\Phi_1 = B_1 \cdot A \cdot \sigma \nu 0^\circ = B_1 \cdot \alpha^2 = 1 \cdot 2^2 Wb = 4Wb$$

Ενώ για την στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή, για μια τυχαία στιγμή θα έχουμε:

$$E_{\epsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(B \cdot A \cdot \sigma \nu 0^\circ)}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t} A = -\frac{\Delta(2 - 0,5t)}{\Delta t} A \rightarrow$$

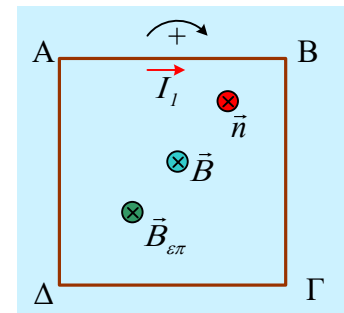
$$E_{\epsilon\pi} = -\frac{(2 - 0,5t'_2) - (2 - 0,5t'_1)}{\Delta t} A = -\frac{0,5(t'_1 - t'_2)}{\Delta t} A = +\frac{0,5\Delta t}{\Delta t} A = 0,5\alpha^2 \quad (1)$$

$$E_1 = 0,5 \cdot \alpha^2 = 0,5 \cdot 2^2 V = 2V$$

β) Για την ένταση του ρεύματος έχουμε:

$$I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{2V}{0,8\Omega} = 2,5A$$

Μας λέει κάτι η θετική ένταση που βρήκαμε; Ναι, μας λέει ότι η ένταση του ρεύματος αυτού έχει την ίδια φορά, με την φορά που θεωρήσαμε «θετική φορά διαγραφής» παραπάνω. Έχει δηλαδή τη φορά που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

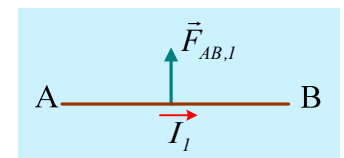


Βέβαια θα μπορούσαμε να βρούμε την φορά του ρεύματος εφαρμόζοντας τον κανόνα του Lenz (ο οποίος έχει «ενσωματωθεί» στον νόμο της επαγωγής με αυτό το (-)...), λέγοντας ότι το επαγωγικό ρεύμα, τείνει να αντισταθεί στην μείωση του B, δημιουργώντας ένα νέο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_{\epsilon\pi}$  της ίδιας φοράς. Αλλά

για να συμβαίνει αυτό η ένταση του ρεύματος έχει φορά, αυτή του σχήματος.

γ) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι η πλευρά AB δέχεται δύναμη Laplace, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$F_{AB,I} = B_1 \cdot I_1 \cdot l = B_1 \cdot I_1 \cdot a = 1 \cdot 2,5 \cdot 2N = 5N$$



Η παραπάνω δύναμη δεν παράγει έργο, αφού δεν κινείται το πλαίσιο, συνεπώς η ισχύς της είναι μηδενική. Αντίθετα η ΗΕΔ από επαγωγή προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα και η στιγμιαία ισχύς της την στιγμή  $t_1$  είναι ίση:

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = 2 \cdot 2,5W = 5W$$

Η ισχύς αυτή μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στην αντίσταση R του πλαισίου, αφού:

$$P_Q = I_1^2 R = 2,5^2 \cdot 0,8W = 5W$$

iii) Για την χρονική στιγμή  $t_2$  θα έχουμε αντίστοιχα:

Για την ένταση του πεδίου έχουμε  $B_2 = 2 - 0,5t_2 = (2 - 0,5 \cdot 6)T = -1T$  πράγμα που σημαίνει ότι η ένταση έχει φορά προς τα έξω, όπως στην εικόνα του διπλανού σχήματος, όπου η γωνία μεταξύ της κάθετης στο πλαίσιο και της έντασης του πεδίου, είναι ίση με  $180^\circ$ .

α) Για την μαγνητική ροή τώρα θα έχουμε:

$$\Phi_2 = |B_2| \cdot A \cdot \cos 180^\circ = -|B_2| \cdot a^2 = -1 \cdot 2^2 Wb = -4Wb$$

Ενώ για την στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή θα έχουμε από την εξίσωση (1):

$$E_2 = 0,5 \cdot a^2 = 0,5 \cdot 2^2 V = 2V$$

β) Για την ένταση του ρεύματος έχουμε:

$$I_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{2V}{0,8\Omega} = 2,5A$$

Ίδια ΗΕΔ και ίδια ένταση με την χρονική στιγμή  $t_1$ , όπως έχουν σημειωθεί στο παραπάνω σχήμα.

Αν θα θέλαμε να βρούμε την φορά του ρεύματος εφαρμόζοντας τον κανόνα του Lenz θα λέγαμε ότι το επαγωγικό ρεύμα, τείνει να αντισταθεί στην αύξηση του μέτρου του  $B_2$ , δημιουργώντας ένα νέο μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_{επ}$  αντίθετης φοράς. Αλλά για να συμβαίνει αυτό η ένταση του ρεύματος έχει φορά, αυτή του σχήματος.

γ) Όσον αφορά τη δύναμη Laplace, έχουμε ξανά το διπλανό σχήμα, ενώ για το μέτρο της έχουμε:

$$F_{AB,2} = |B_2| \cdot |I_2| \cdot l = 1 \cdot 2,5 \cdot 2N = 5N$$

Η παραπάνω δύναμη επίσης δεν παράγει έργο, συνεπώς η ισχύς της είναι μηδενική. Αντίθετα η ΗΕΔ από επαγωγή προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα και η στιγμιαία ισχύς της την στιγμή  $t_1$  είναι ίση:

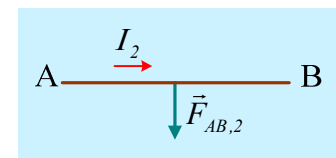
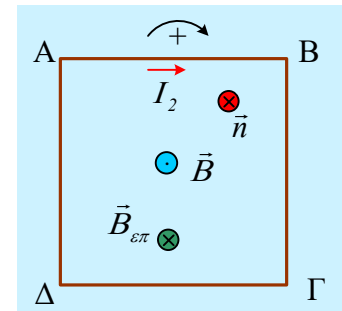
$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_2 = 2 \cdot 2,5W = 5W$$

Ισχύς η οποία επίσης μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στην αντίσταση R του πλαισίου, αφού:

$$P_Q = I_1^2 R = 2,5^2 \cdot 0,8W = 5W$$

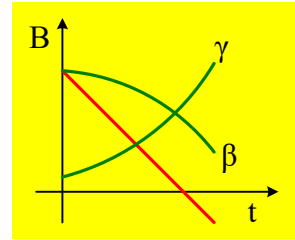
### Σχόλια

- 1) Ο υπολογισμός της ΗΕΔ στο υποερώτημα α) αποδεικνύει ότι η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο τετράγωνο πλαίσιο είναι ανεξάρτητη του χρόνου, πράγμα που σημαίνει ότι είναι σταθερή και ίση με την μέση τιμή

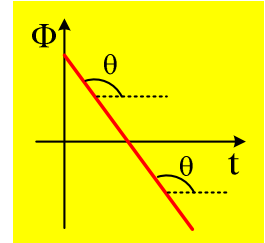


της, στο χρονικό διάστημα, ας πούμε,  $0-t_1$ .

Αλλά αυτό συμβαίνει επειδή η ένταση  $B$  μεταβάλλεται γραμμικά έχοντας σταθερή κλίση, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα (η κόκκινη ευθεία). Αν η ένταση μεταβαλλόταν διαφορετικά, για παράδειγμα όπως η καμπύλη  $\beta$  ή  $\gamma$ , τότε αυτό δεν θα ίσχυε. Απαιτείται προσοχή, αν μας ζητάνε μέση ή στιγμιαία τιμή ΗΕΔ και μόνο αν **ξεκάθαρα μας ζητήσουν μέση ΗΕΔ**, θα υπολογίζουμε την μέση τιμή της...



2) Εξάλλου η σταθερή κλίση στο διάγραμμα  $\Phi-t$  (ίδιας μορφής με το παραπάνω διάγραμμα  $B-t$ ), είναι ο λόγος της σταθερής ΗΕΔ (άρα και σταθερής έντασης του ρεύματος, που διαρρέει το πλαίσιο).



3) Μπορείτε να απαντήσετε στα παραπάνω ερωτήματα, αν σας υποχρεώσουν να πάρετε την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα έξω; Δοκιμάστε...

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)