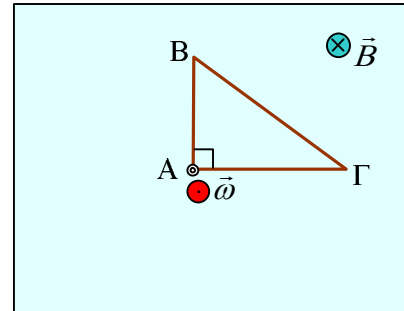


Δυο διαφορετικές περιστροφές

Ένα ορθογώνιο τριγωνικό αγωγίμο πλαίσιο ΑΒΓ, με κάθετες πλευρές (ΑΒ)=γ=0,3m και (ΑΓ)=β=0,4m, στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_1=10\text{rad/s}$, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα z ο οποίος περνά από την κορυφή Α, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο χώρο επικρατεί ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$, όπως σχήμα (σε κάτωψη).



- i) Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο.
 - ii) Να βρεθεί η τάση στα άκρα κάθε πλευράς του πλαισίου.
 - ii) Σταματάμε την περιστροφή του πλαισίου τη στιγμή $t_0=0$, γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z και τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ αρχίζουμε να το περιστρέφουμε, γύρω από την πλευρά ΑΓ, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_2=\pi\text{rad/s}$, για χρονικό διάστημα $\Delta t=1\text{s}$.
 - α) Να υπολογισθεί η μέση ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο στο παραπάνω χρονικό διάστημα Δt .
 - β) Να υπολογιστεί η στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή στο πλαίσιο, τη χρονική στιγμή που το επίπεδό του είναι κατακόρυφο.
 - γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου και της ΗΕΔ που αναπτύσσεται πάνω του, σε συνάρτηση με το χρόνο, από 0-2s.
- Θεωρείστε την κάθετη στο πλαίσιο στην αρχική το θέση, ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση του πεδίου.

Απάντηση:

- i) Καθώς το πλαίσιο στρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από την κορυφή Α, η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνειά του παραμένει σταθερή και ίση με $\Phi=BA$. Αλλά τότε δεν εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή στο πλαίσιο.
- ii) Στην πλευρά ΑΒ, καθώς στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή με θετικό το άκρο της Α, ίση με:

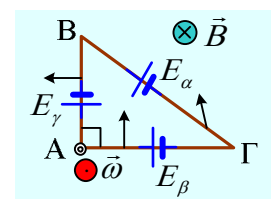
$$E_\gamma = \frac{1}{2} B \omega_l (AB)^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 \cdot 0,3^2 \text{V} = 0,9\text{V}$$

Αλλά και στην ΑΓ θα εμφανιστεί ΗΕΔ με θετικό πόλο της το άκρο Α, ίση με:

$$E_\beta = \frac{1}{2} B \omega_l (AG)^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 \cdot 0,4^2 \text{V} = 1,6\text{V}$$

Και στην υποτείνουσα ΒΓ=α θα αναπτυχθεί ΗΕΔ E_α , όπως στο σχήμα. Αλλά εφόσον η ολική ΗΕΔ είναι μηδενική θα ισχύει ότι:

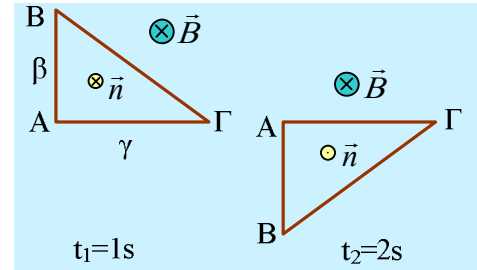
$$E_{ολ} = E_\alpha + E_\gamma - E_\beta = 0 \rightarrow E_\alpha = E_\beta - E_\gamma = 1,6\text{V} - 0,9\text{V} = 0,7\text{V}$$



Στο ίδιο αποτέλεσμα μπορούσαμε να φτάσουμε με εφαρμογή το 2^ο κανόνα του Kirchhoff στο πλαίσιο, λαμβάνοντας υπόψη ότι το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα. Αλλά τότε για τις διαφορές δυναμικού θα είχαμε:

$$V_A - V_B = E_\gamma = 0,9V, \quad V_A - V_\Gamma = E_\beta = 1,6V \text{ και } V_B - V_\Gamma = E_\alpha = 0,7V.$$

iii) Στη διάρκεια της περιστροφής το πλαίσιο στρέφεται κατά γωνία $\theta = \omega t = \pi \text{ rad}$, οπότε η αρχική και τελική κατάσταση εμφανίζεται στο διπλανό σχήμα.



α) Για την μέση ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχουμε:

$$E_\mu = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_\tau - \Phi_\alpha}{\Delta t} = -\frac{BA\sigma\upsilon\nu 180^\circ - BA\sigma\upsilon\nu 0^\circ}{\Delta t} = \frac{2B \cdot \frac{1}{2}\beta\gamma}{\Delta t} \rightarrow$$

$$E_\mu = \frac{B \cdot \beta\gamma}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 0,3 \cdot 0,4}{1} V = 0,24V$$

β) Αφού το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, ξεκινώντας από μια θέση όπου η μαγνητική ροή είναι μέγιστη, τότε αυτή μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (1), ενώ στο πλαίσιο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, σύμφωνα με την εξίσωση (2).

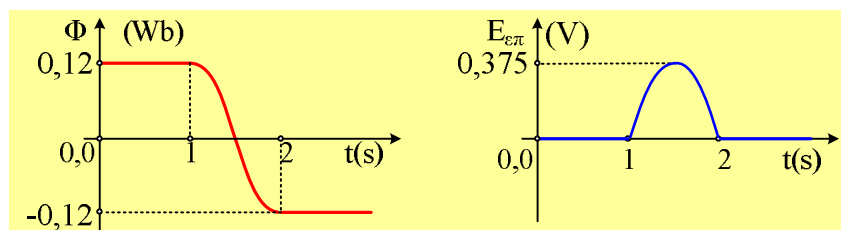
$$\Phi = BA \cdot \sigma\upsilon\nu\omega_2 t' \quad (1) \quad E_{\varepsilon\pi} = \omega_2 BA \cdot \eta\mu\omega_2 t' \quad (2)$$

ΗΕΔ που ονομάζουμε πια εναλλασσόμενη τάση v , ενώ $t' = t - t_1$ ο χρόνος περιστροφής.

Τη στιγμή που το επίπεδο του πλαισίου είναι κατακόρυφο, έχει στραφεί κατά γωνία $\pi/2$ και η ροή είναι μηδενική, ενώ η τάση είναι μέγιστη:

$$E_{\varepsilon\pi, \max} = \omega_2 BA = \omega_2 B \cdot \frac{1}{2}\beta\gamma = \pi \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} 0,3 \cdot 0,4 V = 0,12\pi V = 0,375V$$

γ) Με βάση τα παραπάνω η γραφική παράσταση της εξίσωσης (1) είναι μια συνημιτονοειδής καμπύλη που ξεκινά από μια μέγιστη τιμή $\Phi_{\max} = BA = 0,12 \text{ Wb}$ τη χρονική στιγμή t_1 και φτάνει στην αντίθετη τιμή της την στιγμή $t_2 = 2s$. Αντίθετα η ΗΕΔ από επαγωγή (εξίσωση 2) είναι ημιτονοειδής καμπύλη ξεκινώντας και καταλήγοντας σε μηδενική τιμή. Έτσι οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι οι παρακάτω.



dmargaris@gmail.com