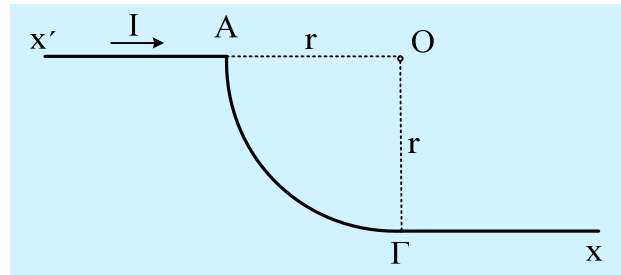


## Τρία τμήματα αγωγού και το μαγνητικό τους πεδίο

Ένα αγωγός  $x'A\Gamma x$ , βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας και αποτελείται από δύο τμήματα  $x'A$  και  $\Gamma x$  που είναι ευθύγραμμα πολύ μεγάλου μήκους και το τμήμα  $A\Gamma$  το οποίο είναι ένα τεταρτοκύκλιο κέντρου  $O$  και ακτίνας  $r=0,1m$ . Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I=2A$  με φορά από το  $x'$  προς το  $x$ , όπως στο σχήμα.



- i) Να αποδείξετε ότι το τμήμα  $x'A$  δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο σημείο  $O$ , το οποίο βρίσκεται στην προέκτασή του.
- ii) Να βρεθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $O$ , το οποίο οφείλεται στο τεταρτοκύκλιο  $A\Gamma$ .
- iii) Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $O$ , που οφείλεται σε όλο τον αγωγό  $x'A\Gamma x$ .

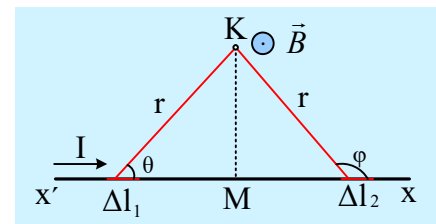
Δίνεται  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} Tm/A$ .

### Απάντηση:

#### Αίτη θεωρία...

Αν έχουμε έναν ευθύγραμμο αγωγό, όπως στο διπλανό σχήμα  $x'x$ , τότε το μαγνητικό που δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l_1$ , στο σημείο  $K$  δίνεται από το νόμο των Bio-Savart:

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_1}{r^2} \eta \mu \theta \quad (1)$$



Με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά προς τα μέσα.

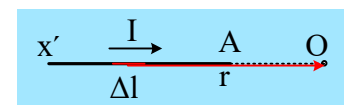
Αλλά τότε η ολική ένταση στο  $K$  εξαιτίας όλου του αγωγού, θα προκύπτει από την πρόσθεση όλων των στοιχειωδών  $dB_i$  τα οποία δημιουργούν τα αντίστοιχα στοιχειώδη τμήματα  $\Delta l_i$ , στα οποία μπορούμε να χωρίσουμε τον αγωγό:

$$B_K = dB_1 + dB_2 + \dots + dB_v = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_1}{r_1^2} \eta \mu \theta_1 + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_2}{r_2^2} \eta \mu \theta_2 + \dots + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_v}{r_v^2} \eta \mu \theta_v$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται για συντομία:

$$B_K = \sum \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta \mu \theta_i \quad (2)$$

- i) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τυχαίο στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l$  του τμήματος  $x'A$ . Για το σημείο  $O$ , στην προέκταση του αγωγού η εξίσωση (1) δίνει:



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \eta \mu \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \eta \mu 0^\circ = 0$$

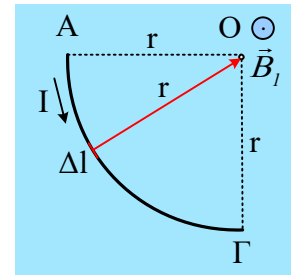
Αλλά αν το τυχαίο τμήμα  $\Delta l$  δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο σημείο  $O$ , δεν θα δημιουργεί κανένα

τμήμα  $\Delta l_i$ , συνεπώς και το τμήμα  $x'A$  δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο σε όλα τα σημεία στην προέκτασή του, άρα και στο σημείο  $O$ .

- ii) Για το μαγνητικό πεδίο στο σημείο  $O$ , με την λογική που αναφέραμε παραπάνω, χωρίζοντας το τόξο  $A\Gamma$  σε στοιχειώδη τμήματα  $\Delta l$ , θα πάρουμε με βάση την εξίσωση (2):

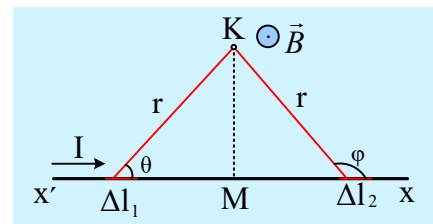
$$B_O = \sum \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta\mu\theta_i = \sum \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r^2} \eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sum \Delta l_i \rightarrow$$

$$B_i = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{1}{4} 2\pi r = \frac{1}{8} \frac{\mu_o I}{r} = \frac{1}{8} \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 2}{0,1} T = \pi \cdot 10^{-6} T$$



Με διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα.

- iii) Πριν έρθουμε τώρα στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το τμήμα  $\Gamma x$  του αγωγού, ξεκινώντας από την εξίσωση (2) ως την εφαρμόσουμε στον αγωγό του διπλανού σχήματος (ο ίδιος με τον αγωγό που χρησιμοποιήσαμε και παραπάνω). Στο στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l_1$ , αντιστοιχούμε το συμμετρικό του, ως προς το σημείο  $M$ , το τμήμα  $\Delta l_2$ , θα έχουμε:



$$dB_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_1}{r^2} \eta\mu\theta \quad \text{και} \quad dB_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_2}{r^2} \eta\mu\phi$$

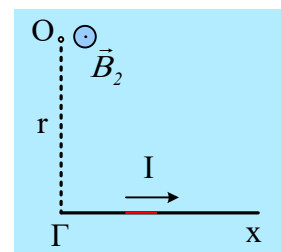
Αλλά οι γωνίες  $\theta$  και  $\phi$  είναι παραπληρωματικές, οπότε έχουν ίσα ημίτονα. Τότε όμως τα δύο αυτά στοιχειώδη τμήματα δημιουργούν ίσες εντάσεις μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $K$ ,  $dB_1 = dB_2$ . Έτσι η εξίσωση (2) γράφεται:

$$B_K = \sum \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta\mu\theta_i = \sum_x \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta\mu\theta_i + \sum_M \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta\mu\phi_i \rightarrow$$

$$B_K = 2 \sum_M \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l_i}{r_i^2} \eta\mu\phi_i = 2B_{Mx} \rightarrow$$

$$B_{Mx} = \frac{1}{2} B_{x'x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2I}{\alpha} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{\alpha} \quad (3)$$

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι το τμήμα  $Mx$  δημιουργεί στο σημείο  $K$  μαγνητικό πεδίο με ένταση ίση με το μισό της έντασης ενός ευθύγραμμου αγωγού απείρου μήκους. Έτσι ερχόμενοι τώρα στο τμήμα  $\Gamma x$  του αγωγού μας, θα δημιουργεί στο κέντρο  $O$  ένταση μαγνητικού πεδίου, με μέτρο ίσο με το μισό της έντασης ενός αγωγού απείρου μήκους, οπότε από την (3):



$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{\alpha} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \frac{2}{0,1} T = 2 \cdot 10^{-7} T$$

Συνεπώς η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $O$ , θα έχει την ίδια κατεύθυνση με τις

εντάσεις  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  και μέτρο:

$$B_0 = B_1 + B_2 = \pi \cdot 10^{-6} T + 10^{-7} T = 1,314 \cdot 10^{-7} T$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)