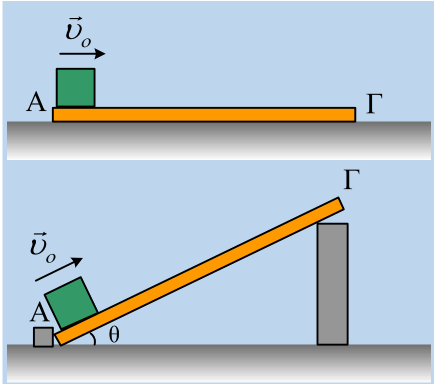
Η τριβή από οριζόντια και πλάγια σανίδα



Ένα σώμα Σ, μάζας m=1kg εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα υ_o=4m/s, πάνω σε μια οριζόντια σανίδα, καρφωμένη στο έδαφος, από σημείο κοντά στο άκρο της Α. Το σώμα σταματά λόγω τριβών αφού διανύσει διάστημα 1,2m, πάνω στη σανίδα.

i) Να αποδείξετε ότι μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας αναπτύχθηκε τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=2/3.

ii) Ανασηκώνουμε το άκρο Γ της σανίδας και με την βοήθεια στηρίγματος την σταθεροποιούμε όπως στο κάτω σχήμα, ώστε να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ, όπου ημθ=0,4 και συνθ=0,9. Εκτοξεύουμε από το άκρο Α, το ίδιο σώμα με αρχική ταχύτητα υ_o=4m/s, παράλληλη προς την σανίδα και φορά προς τα πάνω.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

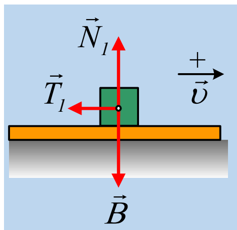
β) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.

γ) Πόση απόσταση διανύει το σώμα, κατά την προς τα πάνω κίνησή του;

δ) Να εξετάσετε αν το σώμα επιστρέψει στο άκρο Α της σανίδας.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η οριακή τριβή θεωρείται ίση με την τριβή ολίσθησης.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ κατά την κίνησή του πάνω στη σανίδα. Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε ΣF=0 ή N_1=Β=mg. Αλλά τότε δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης, αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα με μέτρο T_1 =μN_1=μmg. Έτσι εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a} \xrightarrow{\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho\alpha} T_1 = ma_1 \rightarrow \mu mg = ma_1 \rightarrow a_1 = \mu g \quad (1)$$

Αφού το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση, αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

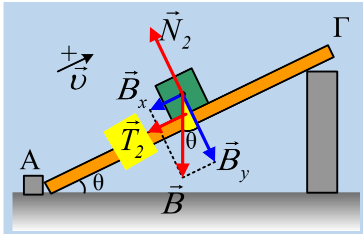
$$\upsilon = \upsilon_o - \alpha_1 t \quad (2) \qquad \Delta x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}a_1 t^2 \quad (3)$$

Τη στιγμή που σταματά το σώμα, υ=0, οπότε λύνοντας την (2) ως προς t και αντικαθιστώντας στην (3), θα έχουμε:

$$0 = \upsilon_o - \alpha_1 t_1 \rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_o}{\alpha_1} \rightarrow \Delta x = \upsilon_o \frac{\upsilon_o}{\alpha_1} - \frac{1}{2}a_1\left(\frac{\upsilon_o}{\alpha_1}\right)^2 = \frac{\upsilon_o^2}{2\alpha_1} \quad (4) \rightarrow$$

$$\Delta x_1 = \frac{\upsilon_o^2}{2\mu g} \to \mu = \frac{\upsilon_o^2}{2g \cdot \Delta x_1} = \frac{4^2}{2 \cdot 10 \cdot 1,2} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ σε μια τυχαία θέση, ενώ το βάρος έχει αναλυθεί σε δύο άξονες x και y, όπου ο x είναι παράλληλος προς την διεύθυνση κίνησης και y, κάθετος άξονας. Να σημειωθεί ότι η γωνία μεταξύ της συνιστώσας B_y και της κατακόρυφης είναι ίση με την γωνία της σανίδας με το οριζόντιο επίπεδο, γωνία θ. Αλλά τότε για τις δυο παραπάνω συνιστώσες του βάρους έχουμε:



$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \to B_x = mg\eta\mu\theta \qquad \kappa\alpha\iota \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B_y}{B} \to B_y = mg\sigma\upsilon\nu\theta$$

α) Από την ισορροπία στην διεύθυνση y, παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \to N_2 - B_y = 0 \to N_2 = mg\sigma\upsilon\nu\theta \to$$

$$T_2 = \mu N_2 = \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{2}{3} 1 \cdot 10 \cdot 0,9N = 6N$$

β) Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής στον άξονα x παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a} \xrightarrow{\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho\alpha} B_x + T_2 = ma_2 \to mg\eta\mu\theta + T_2 = ma_2 \to$$

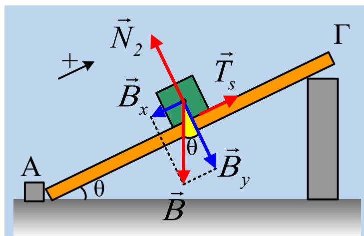
$$a_2 = g\eta\mu\theta + \frac{T_2}{m} = 10 \cdot 0,4m/s^2 + \frac{6}{1} m/s^2 = 10m/s^2$$

Με φορά αντίθετη της ταχύτητας, οπότε το σώμα εκτελεί μια επιβραδυνόμενη κίνηση.

γ) Δουλεύοντας όπως και στο ερώτημα i), υπολογίζουμε από την εξίσωση (4), την μετατόπιση του σώματος, μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του:

$$\Delta x_2 = \frac{\upsilon_o^2}{2\alpha_2} = \frac{4^2}{2 \cdot 10} m = 0,8m$$

δ) Μόλις μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος και η κίνησή του προς τα πάνω κατά μήκος της σανίδας, το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω. Αλλά τότε στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής, με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Αν όμως η συνιστώσα B_x έχει μέτρο:



$$B_x = mg\eta\mu\theta = 1 \cdot 10 \cdot 0,4N = 4N$$

τότε η μέγιστη τριβή που θα εμφανιστεί θα έχει μέτρο 4N και αυτή θα είναι στατική τριβή με το ίδιο μέτρο $T_s = B_x = 4N$ και το σώμα θα ισορροπεί στην θέση αυτή.

dmargaris@gmail.com