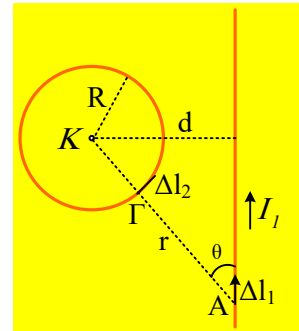


Δύο αγωγοί στο ίδιο επίπεδο

Στο επίπεδο της σελίδας βρίσκονται δύο αγωγοί. Ένας ευθύγραμμος, πολύ μεγάλου μήκους, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 , με φορά όπως στο σχήμα και ένας κυκλικός ο οποίος έχει ακτίνα R και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 . Η απόσταση του κέντρου K του κυκλικού αγωγού, από τον ευθύγραμμο αγωγό είναι $d=2R$. Στο σχήμα βλέπετε ένα στοιχειώδες τμήμα Δl_1 του ευθύγραμμου αγωγού, στο σημείο A , το οποίο δημιουργεί στο K , μια στοιχειώδη ένταση μαγνητικού πεδίου ΔB_1 , ενώ η απόστασή του $(AK)=r$, σχηματίζει με τον αγωγό γωνία $\theta=30^\circ$. Ένα αντίστοιχο στοιχειώδες τμήμα $\Delta l_2=\Delta l_1=\Delta l$ του κυκλικού αγωγού στο σημείο Γ , δημιουργεί στο κέντρο K , ένταση μαγνητικού πεδίου ΔB_2 . Αν η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο παραπάνω στοιχειώδη τμήματα στο κέντρο K είναι μηδενική:



- i) Να βρείτε την φορά του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό.
 ii) Για τις εντάσεις των δύο ρευμάτων, που διαρρέουν τους αγωγούς ισχύει:

$$\alpha) I_1 < 16 I_2, \quad \beta) I_1 = 16 I_2, \quad \gamma) I_1 > 16 I_2.$$

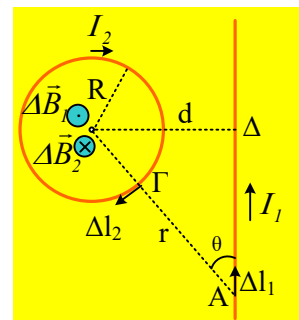
- iii) Αν B_1 το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K , η οποία οφείλεται στον ευθύγραμμο αγωγό και B_2 το αντίστοιχο μέτρο της έντασης εξαιτίας του κυκλικού αγωγού, ισχύει:

$$\alpha) B_1 < \frac{16}{\pi} B_2, \quad \beta) B_1 = \frac{16}{\pi} B_2, \quad \gamma) B_1 > \frac{16}{\pi} B_2.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

- i) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, το στοιχειώδες τμήμα $d l_1$ του ευθύγραμμου αγωγού, δημιουργεί στο σημείο K , μαγνητικό πεδίο η στοιχειώδης ένταση του οποίου ΔB_1 , είναι κάθετη στο επίπεδο με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε εξαιτίας του τμήματος Δl_2 του κυκλικού αγωγού θα δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, έντασης ΔB_2 , αντίθετης κατεύθυνσης. Αλλά για να έχει η ένταση αυτή την κατεύθυνση, ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 , με φορά όπως στο σχήμα.



- ii) Εφαρμόζουμε το νόμο Bio-Savart για τις εντάσεις στο K εξαιτίας των δύο στοιχειωδών τμημάτων των αγωγών:

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \cdot \Delta l_1}{r^2} \eta \mu \theta \quad \text{και} \quad \Delta B_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 \cdot \Delta l_2}{R^2} \eta \mu 90^\circ$$

Η δουλεύοντας με μέτρα:

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \cdot \Delta l_1}{r^2} \eta \mu \theta \quad \text{και} \quad \Delta B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 \cdot \Delta l_2}{R^2} \eta \mu 90^\circ \rightarrow$$

$$\Delta B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \cdot \Delta l_1}{r^2} \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad \Delta B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 \cdot \Delta l_2}{R^2}$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΚΔΑ προκύπτει ότι $\eta(\text{ΚΔ}) = \frac{1}{2}(\text{ΚΑ})$, τότε $r=2d=4R$, ενώ $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\eta\mu 90^\circ = 1$, οπότε λαμβάνοντας υπόψη ότι $|\Delta B_1| = |\Delta B_2|$, παίρνουμε:

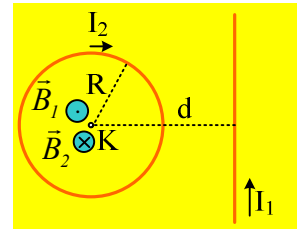
$$\Delta B_1 = \Delta B_2 \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \cdot \Delta l_1}{(4R)^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 \cdot \Delta l_2}{R^2} \rightarrow$$

$$\frac{I_1 \cdot \Delta l}{16R^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{I_2 \cdot \Delta l}{R^2} \rightarrow I_1 = 32I_2$$

Σωστό το γ).

- iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα για τις εντάσεις B_1 και B_2 που δημιουργούν ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός, στο σημείο Κ. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{d} \quad \text{και} \quad B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi \cdot I_2}{R}$$



Με διαίρεση κατά μέλη των δύο παραπάνω εξισώσεων, παίρνουμε:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{d}}{\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi \cdot I_2}{R}} = \frac{2 \cdot 32I_2}{\frac{2R}{R}} = \frac{16}{\pi} \rightarrow$$

$$B_1 = \frac{16}{\pi} B_2$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com