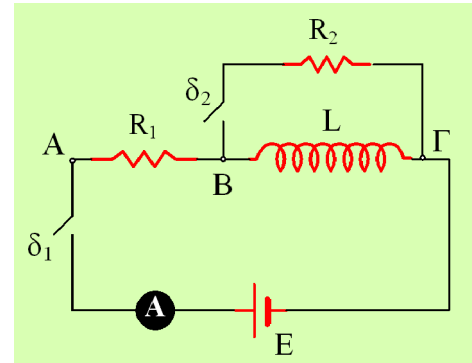


Αυτεπαγωγή σε ιδανικό πηνίο

Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, δίνονται $E=20V$ ($r=0$), $R_1=R_2=4\Omega$, ενώ το πηνίο είναι ιδανικό με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,4H$. Οι δύο διακόπτες είναι αρχικά ανοικτοί. Σε μια στιγμή $t_0=0$, κλείνουμε τον διακόπτη δ_1 , οπότε σε μια στιγμή t_1 το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη $i=2A$.



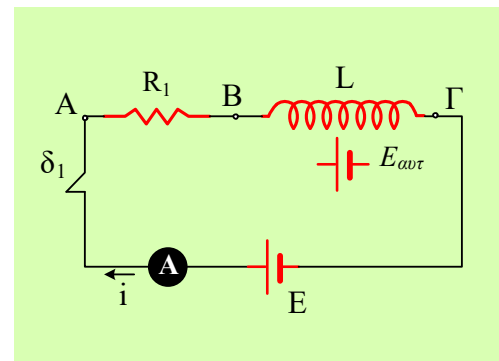
- i) Για τη στιγμή t_1 να υπολογιστεί η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή πάνω στο πηνίο, η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας αυτής.
- ii) Αμέσως μετά την παραπάνω στιγμή, κλείνουμε και τον διακόπτη δ_2 , οπότε σε μια επόμενη χρονική στιγμή t_2 , το αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη $i_1=4A$. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:
 - a) Η ένταση του ρεύματος i_2 που διαρρέει την αντίσταση R_2 , καθώς και η ένταση i_3 η οποία διαρρέει το πηνίο.
 - β) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη στιγμή αυτή το πηνίο αυξάνεται ή μειώνεται;
 - γ) Η ισχύς του πηνίου.
- iii) Πόση τελικά ενέργεια αποθηκεύεται στο πηνίο, μετά την λήξη των μεταβατικών φαινομένων;

Απάντηση:

- i) Κλείνοντας τον διακόπτη δ_1 παίρνουμε το διπλανό κύκλωμα, για το οποίο εφαρμόζουμε τον 2ο κανόνα του Kirchhoff τη στιγμή t_1 :

$$E - iR_1 - L \frac{di}{dt} = 0 \rightarrow$$

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} = -E + iR_1 = -20V + 2 \cdot 4V = -12V$$



Τη στιγμή αυτή στο πηνίο έχει αποθηκευτεί ενέργεια μαγνητικού πεδίου:

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} 0,4 \cdot 2^2 J = 0,8 J$$

Ενώ αντιμετωπίζοντας το πηνίο σαν μια πηγή με ΗΕΔ $E_{\text{αυτ}}$, η ισχύς του είναι ίση:

$$P_L = E_{\text{αυτ}} \cdot i = -12 \cdot 2W = -24W$$

Το αρνητικό πρόσημο στην παραπάνω ισχύ, σημαίνει ότι το πηνίο δεν προσφέρει ενέργεια στο ηλεκτρικό ρεύμα (στο κύκλωμα), αλλά αφαιρεί ενέργεια από το ρεύμα, την οποία αποθηκεύει με τη μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου. Συνεπώς:

$$\frac{dU_L}{dt} = +24 J/s$$

Θα μπορούσαμε **εναλλακτικά** να «δούμε» το πηνίο ως ένα καταναλωτή, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα και στον οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα προσφέρει ενέργεια. Τότε η ισχύς του ρεύματος (ο ρυθμός με τον οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα προσφέρει ενέργεια στον καταναλωτή αυτό) είναι ίση:

$$P_K = V_{B\Gamma} \cdot i = |E - iR_l| \cdot i = |E_{av\tau}| \cdot i = 12V \cdot 2A = 24W$$

Άρα η ενέργεια του πηνίου αυξάνεται με ρυθμό:

$$\frac{dU_L}{dt} = +24 J/s$$

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι εντάσεις που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος τη στιγμή t_2 .

α) Η τάση $V_{A\Gamma} = E = 20V$, ενώ η τάση για την τάση AB:

$$V_{AB} = i_1 \cdot R_1 = 4 \cdot 4V = 16V$$

Αλλά τότε από το 2ο κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:

$$\begin{aligned} V_{AB} + V_{B\Gamma} &= V_{A\Gamma} \rightarrow \\ V_{B\Gamma} &= V_{A\Gamma} - V_{AB} = 20V - 16V = 4V \end{aligned}$$

Κατά συνέπεια η αντίσταση R_2 διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$i_2 = \frac{V_{B\Gamma}}{R_2} = \frac{4V}{4\Omega} = 1A$$

Οπότε από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο B, παίρνουμε:

$$i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_3 = i_1 - i_2 = 4A - 1A = 3A$$

β) Αφού βρήκαμε $V_{B\Gamma} = 4 > 0$ η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο ιδανικό πηνίο έχει την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, ίδια με την πολικότητα στο ερώτημα i), οπότε $E_{av\tau} = -4V$ όπου το (-) μας λέει ότι η «πηγή» αυτή τείνει να δώσει ρεύμα αντίθετης φοράς, από την ένταση που οφείλεται στην πηγή E.

Η παραπάνω ΗΕΔ από αυτεπαγωγή δίνεται από την σχέση:

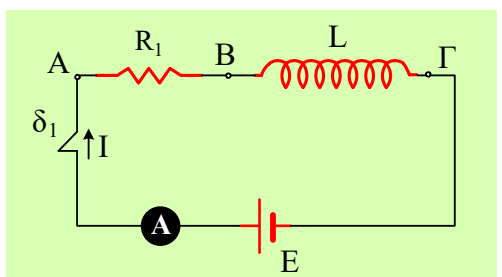
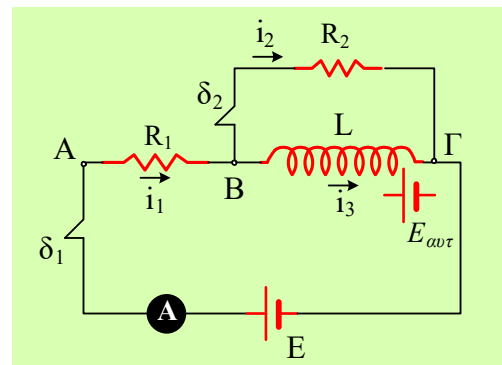
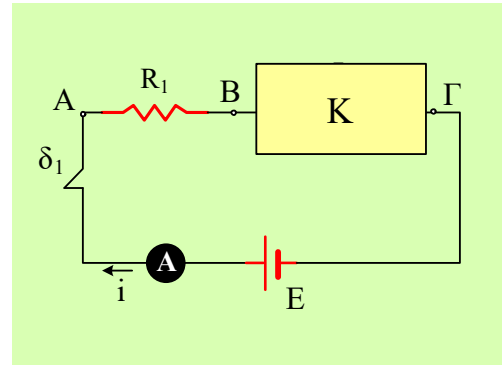
$$E_{av\tau,2} = -L \frac{di_2}{dt} \rightarrow \frac{di_3}{dt} = -\frac{E_{av\tau,3}}{L} = -\frac{-4V}{0,4H} = 10 A/s$$

Συνεπώς η ένταση του ρεύματος αυξάνεται.

γ) Δουλεύοντας όπως και στο i) ερώτημα, έχουμε για την ισχύ του πηνίου (ως πηγή...):

$$P_{L,2} = E_{av\tau,2} \cdot i_2 = -4 \cdot 3W = -12W$$

iii) Μόλις σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, μηδενίζεται η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, αλλά τότε $V_{B\Gamma} = 0$ και η αντίσταση R_2 παύει να διαρρέεται από ρεύμα (το



ιδανικό πηνίο την βραχυκυκλώνει). Αλλά τότε η μόνη αντίσταση στο κύκλωμα είναι η R_1 , με ισοδύναμο κύκλωμα αυτό του σχήματος, οπότε:

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{20V}{4\Omega} = 5A$$

Οπότε στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου αποθηκεύεται ενέργεια:

$$U_{L,2} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}0,4 \cdot 5^2 J = 5J$$

dmargaris@gmail.com