

Πώς επιταχύνεται ένα φορτισμένο σωματίδιο;

Με αφορμή το θέμα επιτάχυνσης ενός σωματιδίου, που πολύ συχνά επανέρχεται στην συζήτηση, για να δούμε πώς επιταχύνεται ένα φορτισμένο σωματίδιο από ένα ηλεκτρικό πεδίο.

Παράδειγμα 1°:

Η πιο απλή εκδοχή είναι να έχουμε ένα ακλόνητο σημειακό φορτίο $+Q$, στο σημείο O του σχήματος. Αν αφήσουμε ένα φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο $+q$ στο σημείο A , σε απόσταση r , τότε αυτό θα επιταχυνθεί και θα φτάσει στο άπειρο έχοντας αποκτήσει κινητική ενέργεια και συνεπώς κάποια ταχύτητα v .



- i) Πόση είναι η κινητική ενέργεια που απέκτησε το σωματίδιο;
- ii) Τι μετατροπή ενέργειας εμφανίζεται;
- iii) Ποιος παρείχε τελικά την ενέργεια η οποία εμφανίζεται με την μορφή της κινητικής ενέργειας του σωματιδίου;

Απάντηση:

- i) Το σωματίδιο απωθείται από το φορτίο Q και επιταχύνεται κινούμενο προς τα δεξιά και μετά από λίγο εξέρχεται από το πεδίο (φτάνει στο άπειρο). Αν εφαρμόσουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση από το A στο άπειρο παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = q(V_A - V_{\infty}) \rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = k \frac{Qq}{r}$$

- ii) Στην αρχική θέση A το σωματίδιο έχει δυναμική ενέργεια $U = qV_A = k \frac{Qq}{r}$ η οποία μετατρέπεται

σε κινητική κατά την κίνηση του σωματιδίου, μέσω του έργου της δύναμης αλληλεπίδρασης.

- iii) Η ενέργεια που τελικά εμφανίζεται με την μορφή της κινητικής ενέργειας, ποιος τελικά την έδωσε; Μα αυτός που μετέφερε το σωματίδιο στο σημείο A .

Πράγματι έστω ότι το σωματίδιο βρίσκεται αρχικά στο άπειρο. Για να μεταφερθεί στο A , θα πρέπει να του ασκηθεί κάποια δύναμη, ας την ονομάσουμε $F_{εξ}$, μέσω του έργου της οποίας δίνεται ενέργεια στο σωματίδιο. Πράγματι εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετακίνηση του σωματιδίου από το άπειρο στο A :

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_c} + W_{F_{εξ}} \rightarrow$$

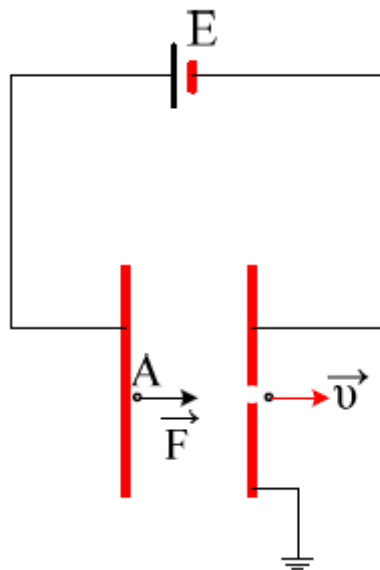
$$W_{F_{εξ}} = -W_{F_c} = -q(V_{\infty} - V_A) = q \cdot V_A = U_A = k \frac{Qq}{r}.$$

Συμπέρασμα:

Δίνουμε ενέργεια στο σωματίδιο για να το μεταφέρουμε στο A και αυτή η ενέργεια μετατρέπεται τελικά σε κινητική ενέργεια του σωματιδίου.

Παράδειγμα 2°:

Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο φέρεται στο σημείο A, πολύ κοντά στον θετικό οπλισμό ενός πυκνωτή και αφήνεται να κινηθεί. Φτάνοντας στον αρνητικό οπλισμό, ο οποίος είναι γειωμένος, συναντά μια οπή από την οποία εξέρχεται.



- i) Πόση είναι η τελική κινητική ενέργεια του σωματιδίου;
- ii) Πόση ενέργεια παρείχε η πηγή μέσω του πεδίου στο σωματίδιο;

Απάντηση:

- i) Εφαρμόζοντας για το σωματίδιο το ΘΜΚΕ από την αρχική θέση A μέχρι την έξοδό του από το πεδίο έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = q(V_A - V_{\Gamma}) = qV_A = q \cdot E$$

όπου E η ΗΕΔ της πηγής.

- ii) Η πηγή δεν παρείχε καθόλου ενέργεια στο κύκλωμα στη διάρκεια του φαινομένου. Πράγματι ας θυμηθούμε τον ορισμό της ΗΕΔ μιας πηγής.

$$E = \frac{W}{q_1}$$

όπου q_1 το φορτίο που περνά από τον ένα πόλο της πηγής στον άλλο. Άρα $W = q_1 \cdot E = 0$, αφού δεν μετακινήθηκε φορτίο μέσα από την πηγή.

Και τότε από πού προέρχεται η κινητική ενέργεια που απέκτησε το σωματίδιο; Προφανώς είναι η δυναμική ενέργεια που είχε στη θέση A και η οποία μέσω του έργου της δύναμης του πεδίου μετετράπη σε κινητική.

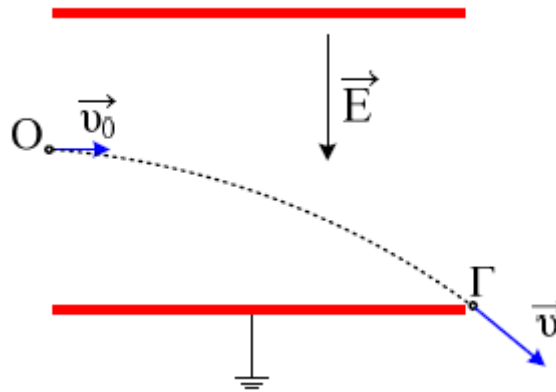
Πράγματι για να υπολογίσουμε την ενέργεια που ΔΩΣΑΜΕ για να το φέρουμε στο σημείο A, από

για μακρινή απόσταση ας εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ από το άπειρο στο Α και έχουμε:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= W_{F_{\eta\lambda}} + W_{F_{e\zeta}} \rightarrow \\ 0 - 0 &= q(V_{\infty} - V_A) + W_{F_{e\zeta}} \rightarrow \\ W_{F_{e\zeta}} &= qV_A = U_A. \end{aligned}$$

Παράδειγμα 3°:

Ένα φορτισμένο σωματίδιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα v_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως στο σχήμα και εξέρχεται επαφτομενικά από τον αρνητικό οπλισμό, ο οποίος είναι γειωμένος ($V=0$). Αν ο πυκνωτής είχε φορτιστεί σε τάση $V=100V$ και το σωματίδιο εκτοξεύθηκε από το μέσον της απόστασης των δύο οπλισμών, ζητούνται:



- Η κινητική του ενέργεια στο σημείο εξόδου Γ.
- Η ενέργεια που απαιτήθηκε για την μεταφορά και την εκτόξευσή του στο σημείο Ο.
- Η ενέργεια που πήρε από το ηλεκτρικό πεδίο.

Απάντηση:

Αφού το δυναμικό του κάτω οπλισμού είναι μηδέν και του πάνω 100V, το δυναμικό στο μέσο Ο είναι $V_0=50V$ (γιατί).

- Εφαρμόζοντας για το σωματίδιο το ΘΜΚΕ από την αρχική θέση Ο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο, σημείο Γ και έχουμε:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= W_F \rightarrow \\ K_{\text{τελ}} - \frac{1}{2} m v_0^2 &= q(V_O - V_{\Gamma}) = qV_O = \frac{1}{2} qV. \rightarrow \\ K_{\Gamma} &= \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} qV. \end{aligned}$$

- Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το άπειρο, όπου το σωματίδιο είναι ακίνητο μέχρι το Ο όπου φεύγει με ταχύτητα v_0 και έχουμε:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= W_{F_{\eta\lambda}} + W_{F_{e\zeta}} \rightarrow \\ \frac{1}{2} m v_0^2 &= q(V_{\infty} - V_O) + W_{F_{e\zeta}} \rightarrow \\ W_{F_{e\zeta}} &= \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} qV. \end{aligned}$$

- Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ότι το σωματίδιο στο Γ έχει κινητική ενέργεια, όση ενέργεια του

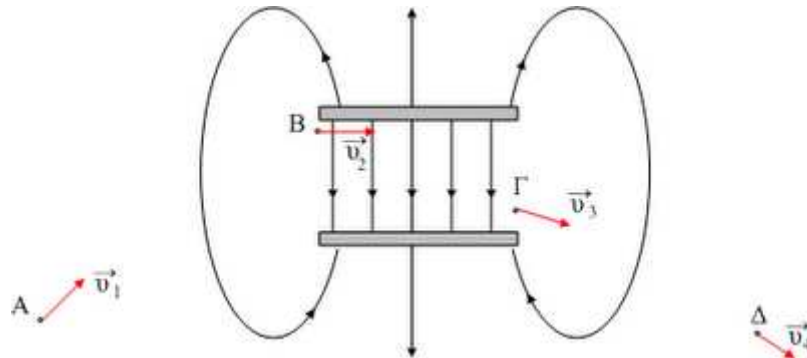
προσφέραμε για να το εκτοξεύσουμε στο σημείο Ο.

Συνεπώς δεν πήρε ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

Παράδειγμα 4°:

Ας δούμε τώρα γενικότερα το πέρασμα ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα από έναν πυκνωτή.

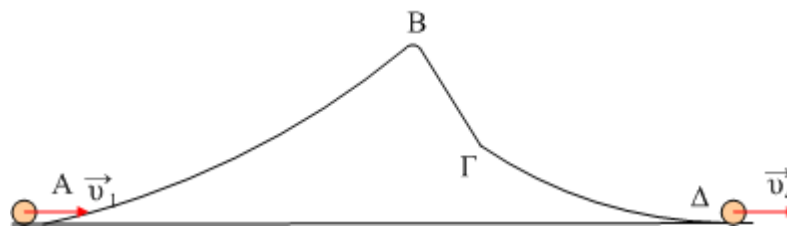
Ας φανταστούμε το θετικά φορτισμένο σωματίδιο σε μεγάλη απόσταση από τον πυκνωτή σημείο Α (στο άπειρο) με ταχύτητα v_1 . Καθώς πλησιάζει τον πυκνωτή, μπαίνει στο ηλεκτρικό του πεδίο και φτάνει στο σημείο Β, όπου $V_B > 0$, έχοντας δυναμική ενέργεια $q \cdot V_B > 0$.



Συνεπώς από ΑΔΕ η ταχύτητα στο Β v_2 είναι μικρότερη από την αρχική v_1 . Μετά κινείται από το Β στο Γ, επιταχυνόμενο. Πηγαίνει στο Γ με μικρότερο δυναμικό, άρα μικρότερη δυναμική ενέργεια και άρα μεγαλύτερη κινητική ενέργεια $v_3 > v_2$ και μέχρι να φτάσει σε μηδενικό δυναμικό, έστω στο Δ, μειώνεται και άλλο η δυναμική του ενέργεια και αυξάνεται η κινητική, έτσι τελικά $v_4 > v_3$. Αλλά τελικά $v_4 = v_1$.

Σας θυμίζει κάτι;

Αν μια μπάλα ξεκινά από τη θέση Α, κινούμενη χωρίς τριβές και ανεβαίνει σε ένα λοφίσκο, όπως στο σχήμα. Τι συμβαίνει με τις ενέργειες;



Το παραπάνω διάγραμμα, θα μπορούσε να διαβαστεί και σαν διάγραμμα δυναμικού κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x (στην προβολή της τροχιάς του φορτισμένου σωματιδίου στον άξονα x, άσχετα με την μορφή της τροχιάς) και αφού το πεδίο είναι συντηρητικό και σαν διάγραμμα δυναμικής ενέργειας του σωματιδίου. Ξεκίνησε από μηδενική δυναμική και επέστρεψε σε μηδενική. Είναι σαν να έχουμε μια κλειστή διαδρομή με έργο μηδέν.

Και το ερώτημα παραμένει. Αν το σωματίδιο δεν παίρνει ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο, όπως παραπάνω, τότε πώς επιταχύνουμε ένα φορτισμένο σωματίδιο;

Χρησιμοποιούμε χρονικά μεταβαλλόμενα ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ πεδία (αστρόβιλα, μη συντηρητικά) όπως αυτά που δημιουργούνται από ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο (επαγωγή), οπότε όταν το σωματίδιο ολοκληρώσει μια στροφή έχει κερδίσει ενέργεια αφού το έργο της δύναμης του πεδίου δεν είναι μηδέν, αλλά μια θετική

ποσότητα $qE_{επ} = q \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

dmargaris@sch.gr