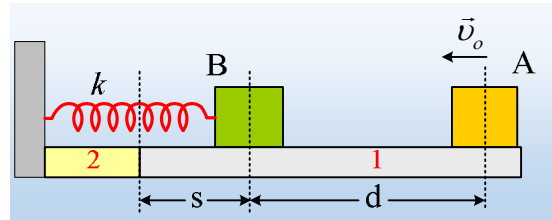


## Μια κρούση και η κίνηση σε δύο επίπεδα.

Σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο (1) ηρεμούν δύο σώματα A και B, ίσης μάζας  $m=2kg$ , τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, απέχοντας κατά  $d=1,2m$ , όπου το δεύτερο είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=8N/m$ , το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Σε μια



στιγμή εκτοξεύομαι το σώμα A, με αρχική ταχύτητα  $v_0=4m/s$ , προς το σώμα B, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος A και του επιπέδου είναι  $\mu_1=0,5$ . Μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, με αποτέλεσμα το B να αρχίζει να συμπιέζει το ελατήριο. Μόλις το ελατήριο συμπιεστεί κατά  $s=0,4m$ , το σώμα B, έχοντας ταχύτητα  $u=0,6m/s$ , περνά σε ένα δεύτερο λείο οριζόντιο επίπεδο (2), στο οποίο κινείται.

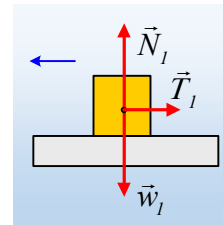
Να βρεθούν:

- i) Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την μεταξύ τους κρούση.
- ii) Η τριβή που δέχεται το B σώμα από το επίπεδο 1.
- iii) Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος B, στη διάρκεια της κίνησής του στο λείο επίπεδο 2.

Δίνεται  $g=10m/s^2$ .

### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα A, όπου  $\Sigma F_y=0$  ή  $N_1=m_1g$ , οπότε  $T_1=\mu_1 N_1$ . Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα A, μεταξύ της αρχικής θέσης και ελάχιστα πριν την κρούση, λαμβάνοντας υπόψη ότι  $W_{w1}=W_{N1}=0$ , μιας και οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση, παίρνουμε:



$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_{w1} + W_{N1}+W_{T1} \rightarrow$$

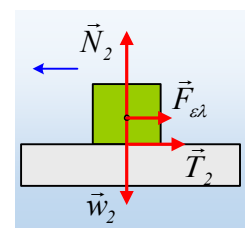
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -\mu_1 m_1 g d \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_1 g d} = \sqrt{4^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 1,2} m/s = 2 m/s$$

Αλλά τότε, με βάση τα συμπεράσματα της κεντρικής ελαστικής κρούσης, αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες, ανταλλάσσουν ταχύτητες, οπότε το A σώμα θα ακινητοποιηθεί, ενώ το B, αποκτά την ταχύτητα του A,  $v_2'=2m/s$ , με φορά προς τα αριστερά.

- ii) Ερχόμαστε τώρα στην κίνηση του σώματος B στο επίπεδο 1 και εφαρμόζουμε ξανά το Θ.Μ.Κ.Ε. όπου  $T_2$  η ασκούμενη τριβή και  $F_{ελ}$  η δύναμη από το ελατήριο, μια συντηρητική δύναμη, για την οποία ισχύει  $W_{F_{ελ}}=U_{αρχ}-U_{τελ}$  και έχουμε:

$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_{w2} + W_{N2}+W_{T2} + W_{F_{ελ}} \rightarrow$$



$$\frac{1}{2}m_2u^2 - \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = -T_2s + \left(0 - \frac{1}{2}ks^2\right)$$

Και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,6^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = -T_2 \cdot 0,4 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 0,4^2 \rightarrow T_2 = 7,5 \text{ N}$$

iii) Στη διάρκεια της κίνησης του σώματος Β, στο λείο οριζόντιο επίπεδο η μόνη δύναμη που επιταχύνει το σώμα είναι η δύναμη του ελατηρίου, οπότε:

$$\Sigma F_x = m_2 \cdot a \rightarrow k \cdot \Delta l = m \cdot a \quad (1)$$

Αλλά τότε η μέγιστη επιτάχυνση, είναι στην θέση όπου το ελατήριο έχει την μέγιστη συσπίρωση, δηλαδή στη θέση που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος, όταν κινείται προς τα αριστερά, πριν αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά επιστρέφοντας στο επίπεδο 1.

Ας ονομάσουμε θέση Δ τη θέση περάσματος από το επίπεδο 1. στο επίπεδο 2. και Ε τη θέση μηδενισμού της ταχύτητας του σώματος Β, όπου το ελατήριο έχει υποστεί τη μέγιστη συμπίεσή του. Μεταξύ των δύο αυτών θέσεων η **μηχανική ενέργεια του συστήματος** σώμα Β-ελατήριο παραμένει σταθερή, οπότε:

$$K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_E + U_E \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_2u^2 + \frac{1}{2}ks^2 = 0 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \rightarrow$$

$$\Delta l = \sqrt{s^2 + \frac{m}{k}u^2} = \sqrt{0,4^2 + \frac{2}{8}0,6^2} \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

Οπότε με αντικατάσταση στην (1), βρίσκουμε:

$$\alpha_{max} = \frac{k\Delta l}{m} = \frac{8 \cdot 0,5}{2} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2$$

Με φορά προς τα δεξιά.

### Σχόλιο:

Παραπάνω υπολογίσαμε το μέτρο της επιτάχυνσης (και αυτό είναι πάντα **θετικό**, ανεξάρτητα από ποια φορά θα ορίσει καθένας ως θετική...). Το αν είναι «επιτάχυνση» ή «επιβράδυνση», αυτό καθορίζεται από την κατεύθυνση της ταχύτητας. Έτσι για την κίνηση προς τα αριστερά (από την θέση Δ στην Ε), το σώμα επιβραδύνεται, ενώ κατά την επιστροφή (Από Ε μέχρι Δ) το σώμα επιταχύνεται. Σε κάθε θέση, η επιτάχυνση είναι ίδια, ανεξάρτητη της φοράς κίνησης, με μέτρο που καθορίζεται από την συσπίρωση του ελατηρίου και κατεύθυνση προς τα δεξιά.

