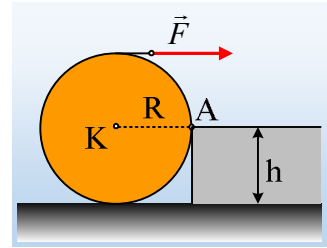


Δυο ισορροπίες σε επαφή με σκαλοπάτι

Γύρω από τον ομογενή κύλινδρο του σχήματος ακτίνας R και βάρους w , τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F , όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος ισορροπεί σε επαφή με σταθερό σκαλοπάτι ύψους $h=R$.



i) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού:

α) να εξηγήσετε γιατί το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο κύλινδρος στο σκαλοπάτι έχει μέτρο:

$$\beta_1) F'_1 < F, \quad \beta_2) F'_1 = F, \quad \beta_3) F'_1 > F.$$

ii) Αν το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, τότε:

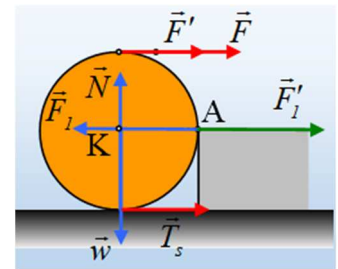
α) Να εξηγήσετε γιατί δεν μπορεί και το σκαλοπάτι να είναι λείο.

β) Η κάθετη αντίδραση του επιπέδου που ασκείται στον κύλινδρο έχει μέτρο:

$$\beta_1) N < w, \quad \beta_2) N = w, \quad \beta_3) N > w.$$

Απάντηση:

i) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού, τότε η δύναμη που ασκεί στον κύλινδρο το σκαλοπάτι F_1 , είναι κάθετη στην επιφάνεια, συνεπώς έχει την διεύθυνση της ακτίνας, όπως στο σχήμα. Εξάλλου η δύναμη F μεταφέρεται μέσω του νήματος στον κύλινδρο (στο σχήμα έχει σημειωθεί η δύναμη $F'=F$). Αλλά τότε όλες οι δυνάμεις πλην της F' , διέρχονται από το κέντρο K του κυλίνδρου, με αποτέλεσμα να μην έχουν ροπή ως προς το K και να μένει μόνο η ροπή της F , η οποία είναι διάφορη του μηδενός, συνεπώς $\Sigma\tau_K \neq 0$.



α) Αφού όμως ο κύλινδρος ισορροπεί θα πρέπει να ισχύει ότι $\Sigma\tau_K=0$ και αυτό μπορεί να συμβεί μόνο αν ασκηθεί στον κύλινδρο, μια ακόμη δύναμη με αντίθετη ροπή, ως προς το K , από την ροπή της F . Αυτή είναι η στατική τριβή T_s , με κατεύθυνση όπως στο σχήμα και με μέτρο $T_s=F$, αφού:

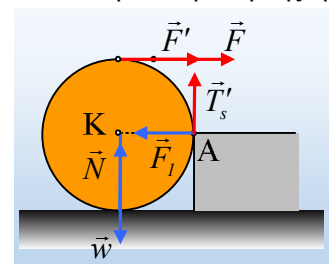
$$\Sigma\tau_K=0 \rightarrow T_s \cdot R - F \cdot R = 0 \rightarrow T_s = F.$$

β) Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad \text{ή} \quad F + T_s - F_1 = 0 \rightarrow F_1 = F + T_s = 2F$$

Όπου F_1 η δύναμη που ασκείται στον κύλινδρο από το σκαλοπάτι. Αλλά τότε η αντίδρασή της η οποία ασκείται στο σκαλοπάτι έχει επίσης μέτρο $2F$ και σωστό είναι το β_3 .

ii) Με την ίδια, όπως παραπάνω συλλογιστική, αν το επίπεδο είναι λείο, πρέπει από το σκαλοπάτι να ασκηθεί δύναμη τριβής, η ροπή της οποίας να εξουδετερώνει την ροπή της F . Αλλά τότε θα ασκηθεί στον κύλινδρο δύναμη



στατικής τριβής, όπως στο σχήμα με μέτρο επίσης ίσο με $T_s' = F$.

Αλλά τότε από την συνθήκη ισορροπίας του κυλίνδρου, θα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow N + T_s' - w = 0 \rightarrow N = w - F < w$$

Σωστό το β₁.

dmargaris@gmail.com