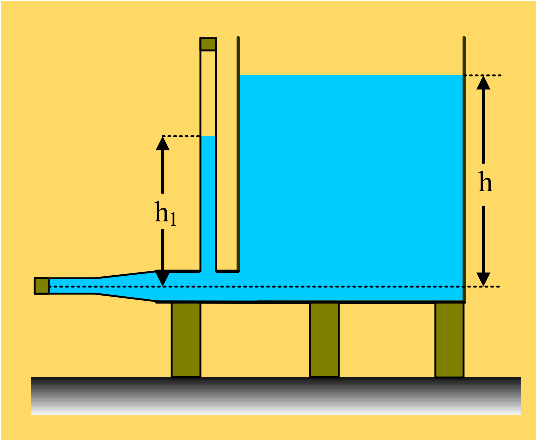
Υπολογίζουμε ταχύτητα ροής μετρώντας ύψος



Μια μεγάλη κυλινδρική δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος h, ενώ κοντά στον πυθμένα της έχει συνδεθεί ένας οριζόντιος σωλήνας, με αρχική διατομή $A_1=2{,}5cm^2$, ο οποίος στενεύει σε τελική διατομή $A_2=1cm^2$, όπου στο άκρο του φράσσεται με τάπα. Ένας δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας Β, συνδέεται όπως στο σχήμα, περιέχει νερό μέχρι ύψος h_1, ενώ κλείνεται στην κορυφή του επίσης με τάπα, έχοντας εγκλωβίσει κάποια ποσότητα αέρα.

i) Να υπολογιστεί η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στο κατακόρυφο σωλήνα, αν $h-h_1=\Delta h=40cm$.

ii) Ανοίγουμε ταυτόχρονα και τις δύο τάπες. Μετά την αποκατάσταση μόνιμης ροής, παρατηρούμε ότι το νερό στον κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h_2=105cm$.

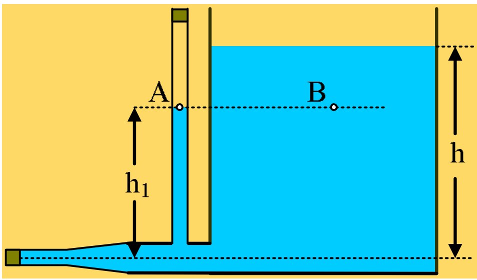
α) Να υπολογιστεί η πίεση στον άξονα του οριζόντιου σωλήνα, κάτω ακριβώς από τον κατακόρυφο σωλήνα.

β) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο του οριζόντιου σωλήνα.

γ) Ποιο το ύψος h του νερού της δεξαμενής;

Δίνονται $p_{ατμ}=10^5N/m^2$, η πυκνότητα του νερού $ρ=1.000kg/m^3$, $g=10m/s^2$, ενώ κατά την ροή που αποκαθίσταται δεν μεταβάλλεται πρακτικά το ύψος του νερού της δεξαμενής.

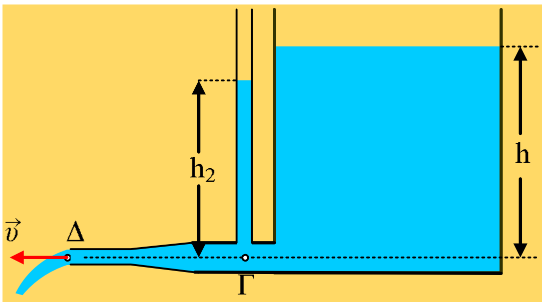
Απάντηση:



i) Σε δύο σημεία στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο που βρίσκονται στο ίδιο υγρό, επικρατεί η ίδια πίεση. Έτσι αν πάρουμε τα σημεία Α και Β, του σχήματος, όπου το Α είναι στην επιφάνεια του υγρού στο σωλήνα όπου η πίεση είναι ίση με την πίεση p_1 του αερίου στο σωλήνα, θα ισχύει:

$$p_A=p_B \rightarrow p_1=p_{ατμ}+ρg(h-h_1) = p_{ατμ}+ρg\cdot\Delta h$$

$$p_1=10^5Pa+1.000\cdot 10\cdot 0{,}4Pa=104.000Pa.$$



ii) Έστω ότι μόλις αποκατασταθεί μόνιμη και στρωτή ροή με ταχύτητα εκροής υ, το ύψος του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα είναι h_2.

α) Έστω Γ ένα σημείο στον άξονα του οριζόντιου σωλήνα, κάτω ακριβώς από τον κατακόρυφο σωλήνα. Το νερό στον σωλήνα είναι σε ισορροπία, οπότε για την πίεση στο σημείο αυτό ισχύει:

$$p_\Gamma = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2 = 10^5 Pa + 1.000 \cdot 10 \cdot 1{,}05 Pa = 110.500 Pa$$

β) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου Γ, όπου η ταχύτητα ροής είναι υ_Γ και του σημείου εκροής, στο άκρο Δ του οριζόντιου σωλήνα, παίρνοντας:

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \quad (1) \rightarrow$$

Όμως από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών του οριζόντιου σωλήνα, στα σημεία Γ και Δ παίρνουμε:

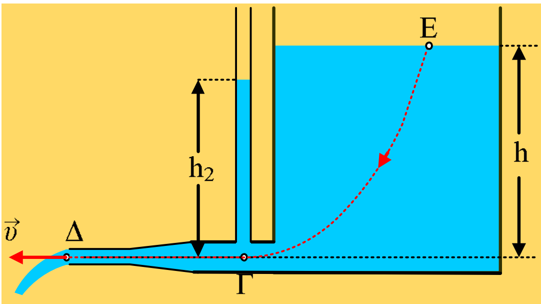
$$A_1 \cdot \upsilon_\Gamma = A_2 \cdot \upsilon \rightarrow \upsilon_\Gamma = 0{,}4\upsilon$$

Οπότε με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho \cdot 0{,}16\upsilon^2 = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \rightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p_\Gamma - p_\Delta)}{0{,}84 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2(110.500 - 100.000)}{0{,}84 \cdot 1.000}}\, m/s = 5m/s$$

γ) Θεωρώντας μηδενική την ταχύτητα της ροής στην επιφάνεια της δεξαμενής, σημείο Ε, εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του Ε και του σημείου στην έξοδο Δ, κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής, όπως στο σχήμα.



$$p_E + \frac{1}{2}\rho\upsilon_E^2 + \rho g h = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \rightarrow$$

$$p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \rightarrow$$

$$h = \frac{\upsilon^2}{2g} = \frac{5^2}{2 \cdot 10} m = 1{,}25m$$

dmargaris@gmail.com