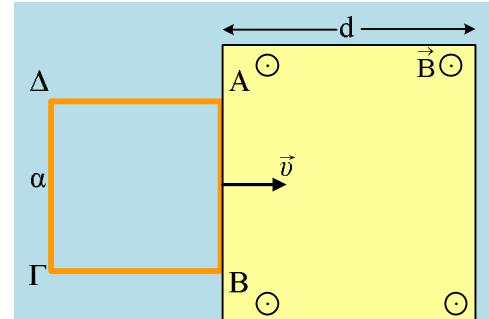


То пέρασμα του πλαισίου από το πεδίο

То тетрάγωνο άκαμπτο μεταλλικό πλαίσιο πλευράς $a=0,8\text{m}$ και αντίστασης $R=0,4\Omega$ κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $v=1\text{m/s}$ και τη στιγμή $t=0$, φτάνει στα όρια ενός κατακόρυφου ομογενούς μαγνητικού πεδίου με ένταση $B=0,5\text{T}$, όπως στο σχήμα (κάτοψη), πλάτους $d=1,2\text{m}$. Αν σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, μέχρι να ολοκληρωθεί το πέρασμα του πλαισίου από το μαγνητικό πεδίο, η ταχύτητά του παραμένει σταθερή:



- a) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - i) της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο.
 - ii) της ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο
 - iii) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο.
 - iv) της δύναμης Laplace η οποία ασκείται στο πλαίσιο.
- β) Να υπολογιστεί το συνολικό έργο της ασκούμενης εξωτερικής δύναμης F , η οποία είναι απαραίτητη να ασκείται στο πλαίσιο, για να μπορεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα και να συγκριθεί με την ηλεκτρική ενέργεια που εμφανίστηκε στο πλαίσιο, κατά το πέρασμα του πλαισίου από το πεδίο.

Апáнтиш:

Гια να μπορέσουμε να δουλέψουμε με αλγεβρικές τιμές των μεγεθών (αφού ζητούνται γραφικές παραστάσεις), θα πρέπει να ορίσουμε θετική φορά για τα εμφανιζόμενα διανύσματα. Μπορούμε να επιλέξουμε όποια κατεύθυνση θέλουμε ως θετική, αλλά δεν υπάρχει λόγος, ούτε να κάνουμε «τη ζωή μας δύσκολη», ούτε να πρωτοτυπήσουμε! Ας θεωρήσουμε λοιπόν την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική (φορά της ταχύτητας) και $x=0$ την θέση της πλευράς AB τη στιγμή $t=0$ (που αρχίζει η είσοδος) και επίσης την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα έξω, ίδια με την φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου B.

- a) Αφού το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, μπορούμε εύκολα να βρούμε τις χρονικές στιγμές, t_1 όπου ολοκληρώνεται η είσοδος, t_2 η στιγμή που αρχίζει η έξοδος και t_3 η στιγμή που ολοκληρώνεται η έξοδος.
- Θα έχουμε:

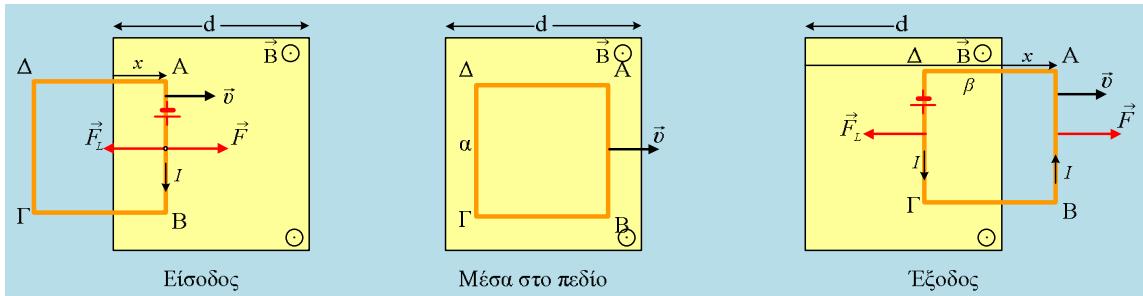
$$t_1 = \frac{x_1}{v} = \frac{\alpha}{v} = \frac{0,8}{1} s = 0,8s$$

$$t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{d}{v} = \frac{1,2}{1} s = 1,2s$$

$$t_3 = \frac{x_3}{v} = \frac{\alpha + d}{v} = \frac{0,8 + 1,2}{1} s = 2s$$

- i) Στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα, η πλευρά AB έχει μετατοπισθεί κατά x, μέσα στο πεδίο τη στιγμή t. Τότε η ροή που περνά από το πλαίσιο έχει τιμή:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \alpha \cdot x = B \cdot \alpha \cdot vt = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 1t = 0,4t \text{ (модальдес санда S.I.)}$$



Στο χρονικό διάστημα από 0,8s έως και 1,2s το πλαίσιο κινείται μέσα στο πεδίο και η ροή παραμένει σταθερή, με τιμή:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \alpha^2 = 0,5 \cdot 0,8^2 Wb = 0,32 Wb.$$

Τέλος κατά την έξοδο, αν κάποια στιγμή t η πλευρά AB έχει μετατοπισθεί κατά x (τρίτο σχήμα), όπου $x=v \cdot t$, τότε μέσα στο πεδίο βρίσκεται τμήμα της πλευράς ΔA , ίσο με β . Αλλά το τμήμα της πλευράς που είναι εκτός πεδίου είναι $x-d$ οπότε βρίσκουμε ότι $\beta = \alpha - (x-d)$, με αποτέλεσμα η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι ίση:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \alpha \cdot \beta = B \cdot \alpha \cdot (\alpha - vt + d) = B \cdot \alpha \cdot (\alpha + d) - B \cdot \alpha \cdot vt \text{ ή}$$

$$\Phi = 0,5 \cdot 0,8(0,8 + 1,2) - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 1t = 0,8 - 0,4t \text{ (S.I.)}$$

Με βάση τα παραπάνω σχεδιάζεται το διάγραμμα της ροής, όπως στο σχήμα.

- ii) Για την ΗΕΔ που εμφανίζεται στο πλαίσιο, έχουμε για τα τρία χρονικά διαστήματα: (Εξαιτίας σταθερών κλίσεων στο διάγραμμα $\Phi-t$, η στιγμιαία ΗΕΔ είναι ίση με την μέση, για κάθε διάστημα):

$$\text{Είσοδος: } E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0,32 - 0}{0,8} V = -0,4V$$

$$\text{Κίνηση μέσα στο πεδίο: } E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0$$

$$\text{Έξοδος: } E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0 - 0,32}{0,8} V = +0,4V$$

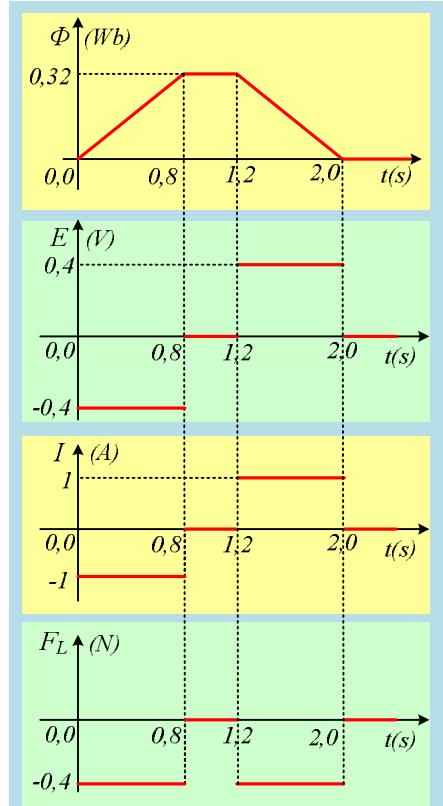
Με βάση αυτά η μορφή των γραφήματος είναι αυτή του δεύτερου σχήματος.

- iii) Όμοια για την ένταση του ρεύματος έχουμε:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{-0,4V}{0,4\Omega} = -1A, \quad I=0, \quad \text{και} \quad I = \frac{E}{R} = \frac{0,4V}{0,4\Omega} = 1A$$

Και αποδίδεται όπως στο 3^o διάγραμμα.

- iv) Στο παραπάνω σχήμα έχει σχεδιαστεί η δύναμη Laplace που ασκείται στο πλαίσιο, αντίθετης φοράς από την ταχύτητα, αφού αντιτίθεται στην κίνηση του πλαισίου (και στην είσοδό του στο πεδίο και στην έξοδό



του από το πεδίο...), με μέτρο:

$$F_L = B \cdot I \cdot \ell = 0,5 \cdot 1 \cdot 0,8N = 0,4N$$

Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική η τιμή της δύναμης αυτής είναι αρνητική, δηλαδή $F_L = -4N$ και η μορφή του διαγράμματος είναι όπως στο 4° παραπάνω διάγραμμα.

β) Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα, θα πρέπει να ασκείται μια οριζόντια δύναμη με κατεύθυνση προς τα δεξιά, ο φορέας της οποίας να περνά από το κέντρο του τετραγώνου, οπότε μπορούμε να την ασκήσουμε στο μέσον της πλευράς AB, έτσι ώστε $\Sigma F=0$. Δηλαδή μια δύναμη μέτρου $F=0,4N$, τόσο κατά την είσοδο, όσο και κατά την έξοδο. Το έργο της δύναμης αυτής είναι ίσο:

$$W_F = W_I + W_2 = F \cdot \Delta x_I + F \cdot \Delta x_2 = 2F \cdot \alpha = 2 \cdot 0,4 \cdot 0,8 N = 0,64 J$$

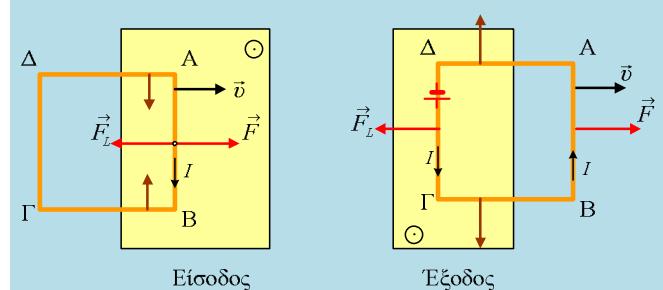
Ενώ η αντίστοιχη ηλεκτρική ενέργεια που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι:

$$E_{\eta\lambda} = E_I + E_2 = E \cdot I \cdot \Delta t_I + E' \cdot I' \cdot \Delta t_2 = (-0,4) \cdot (-1) \cdot 0,8J + 0,4 \cdot 1 \cdot 0,8J = 0,64J$$

Παρατηρούμε ότι $W_F = E_{\eta\lambda}$, αφού η ενέργεια που μεταφέρεται στο πλαίσιο, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης, αφαιρείται από την δύναμη Laplace και μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα.

Σχόλια:

- 1) Δυνάμεις Laplace ασκούνται και στα τμήματα των πλευρών ΔA και ΓB που βρίσκονται μέσα στο πεδίο, στη διάρκεια της εισόδου και της εξόδου, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδενική, με αποτέλεσμα να συζητάμε μόνο για τη δύναμη που ασκείται είτε στην AB (κατά την είσοδο), είτε στην ΔG (επί την εξόδο).



- 2) Έχουμε πάρει την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα έξω. Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι κατά την είσοδο η ένταση του ρεύματος (και η ΗΕΔ...) έχει αρνητική τιμή, αφού προκαλεί μαγνητικό πεδίο αντίθετης φοράς από την φορά της κάθετης. Αντίθετα κατά την έξοδο η ένταση του επαγωγικού ρεύματος προκαλεί ένταση μαγνητικού πεδίου με φορά προς τα έξω, ίδιας κατεύθυνσης με την κάθετη, με αποτέλεσμα να υπολογίζεται ως θετική.

dmargaris@gmail.com