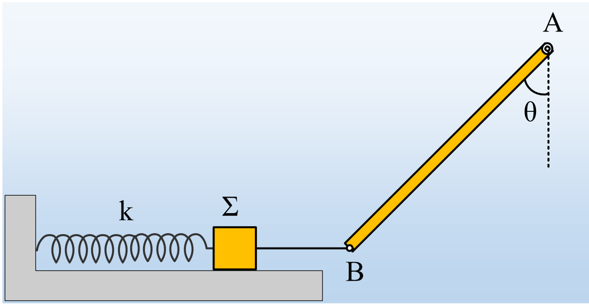
Μια ισορροπία που καταλήγει σε ΑΑΤ.

Ένα σώμα Σ μάζας m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, ενώ συνδέεται μέσω οριζόντιου αβαρούς νήματος με το άκρο Β μιας ομογενούς ράβδου ΑΒ. Η ράβδος έχει μάζα Μ=2m, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Α και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ=45° με την κατακόρυφη διεύθυνση, όπως στο σχήμα.



i) Η τάση του νήματος έχει μέτρο:

α) T= ½ mg, *β) T= mg,* *γ) T=2mg*

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Η ενέργεια ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το σώμα Σ είναι ίση:

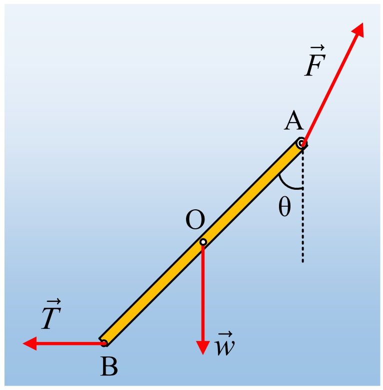
$$α)\ \ E=\frac{m^2g^2}{2k},\qquad β)\ \ E=\frac{m^2g^2}{k},\qquad γ)\ \ E=\frac{2m^2g^2}{k}.$$

Απάντηση:

i) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπως στο διπλανό σχήμα. Από την συνθήκη ισορροπίας της ράβδου παίρνουμε:

$$ΣF=0 \text{ και } Στ=0$$

Παίρνουμε τις ροπές ως προς το άκρο Α και έστω ℓ το μήκος της ράβδου:



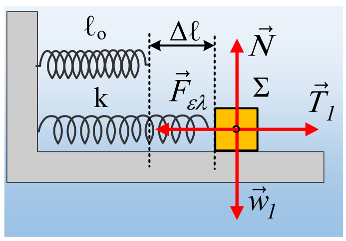
$$w\cdot\frac{l}{2}\cdot ημθ - T\cdot l\cdot συνθ = 0$$

Αλλά ημ45°=συν45°, οπότε παίρνουμε:

$$T=\frac{1}{2}w=\frac{1}{2}Mg=\frac{1}{2}2mg=mg$$

Σωστό το β).

ii) Παίρνουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ, πριν το κόψιμο του νήματος, οπότε και ισορροπούσε.



$$ΣF=0 \text{ ή } ΣF_x=0 \rightarrow F_{ελ}=T_1=T \rightarrow$$

$$Δl=\frac{T}{k}=\frac{mg}{k}$$

Αλλά μόλις κοπεί το νήμα, το σώμα θα αρχίσει να ταλαντώνεται γύρω από την θέση ισορροπίας, η οποία είναι και η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, ξεκινώντας από θέση πλάτους ($\upsilon_{αρχ}$=0), οπότε Α=Δℓ.

Τότε η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι ίση:

$$E=\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2=\frac{m^2g^2}{2k}$$

Σωστό το α).

dmargaris@gmail.com