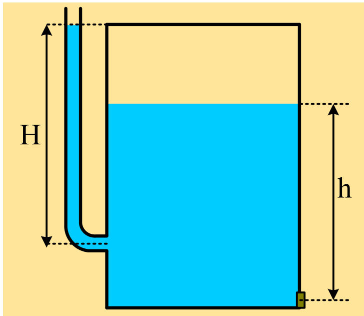
Αν και συγκοινωνούντα δοχεία…

Το κλειστό δοχείο του σχήματος περιέχει νερό σε ύψος h, πάνω από το οποίο έχει εγκλωβιστεί μια ποσότητα αέρα, ενώ πολύ κοντά στον πυθμένα του υπάρχει μια μικρή οπή που κλείνεται με τάπα. Το δοχείο έχει συνδεθεί με ανοικτό κατακόρυφο σωλήνα, στον οποίο το νερό έχει ανέβει μέχρι ύψος H.



i) Η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στο πάνω μέρος του δοχείου, έχει τιμή:

α) $p_1 < p_{ατμ}$, β) $p_1 = p_{ατμ}$, γ) $p_1 > p_{ατμ}$.

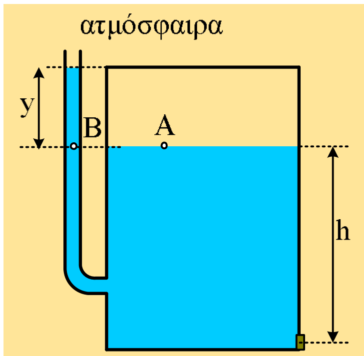
όπου $p_{ατμ}$ η ατμοσφαιρική πίεση, στο εξωτερικό του δοχείου.

ii) Ανοίγουμε την τάπα και αποκαθίσταται μια μόνιμη ροή. Η ταχύτητα εκροής του νερού είναι ίση:

α) $\upsilon = \sqrt{2gH}$, β) $\upsilon < \sqrt{2gh}$, γ) $\upsilon = \sqrt{2gh}$, δ) $\upsilon > \sqrt{2gh}$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας θεωρώντας το νερό ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό, ενώ η βάση του δοχείου έχει πολύ μεγαλύτερο εμβαδόν από το αντίστοιχο της οπής.

Απάντηση:



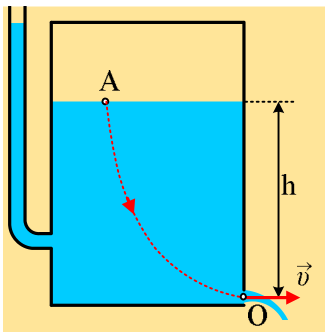
i) Έστω τα σημεία Α και Β, όπου το Α βρίσκεται στην επιφάνεια του νερού στο εσωτερικό του δοχείου και το Β στο σωλήνα και τα οποία βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Για τις αντίστοιχες πιέσεις ισχύει:

$$p_A = p_B \rightarrow p_A = p_{ατμ} + \rho g y$$

Όμως η πίεση στο σημείο Α, είναι ίση με την πίεση του εγκλωβισμένου, πάνω από το νερό, αέρα, οπότε:

$$p_1 = p_A = p_{ατμ} + \rho g y > p_{ατμ}.$$

Σωστό το γ)



ii) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί μια ρευματική γραμμή από το σημείο Α της επιφάνειας στην έξοδο, όπου το νερό εκρέει με ταχύτητα υ. Από την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία Α και Ο, παίρνουμε:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2 + \rho g h = p_O + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$

Αλλά αν το εμβαδόν της επιφάνειας είναι πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο εμβαδόν της οπής, η ταχύτητα υ_A είναι σχεδόν μηδενική και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$p_1 + \rho g h = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 \rightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{\alpha\tau\mu})}{\rho} + 2gh}$$

Αλλά $p_1 > p_{\alpha\tau\mu}$, οπότε από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{\alpha\tau\mu})}{\rho} + 2gh} > \sqrt{2gh}$$

Σωστή η πρόταση δ).

dmargaris@gmail.com