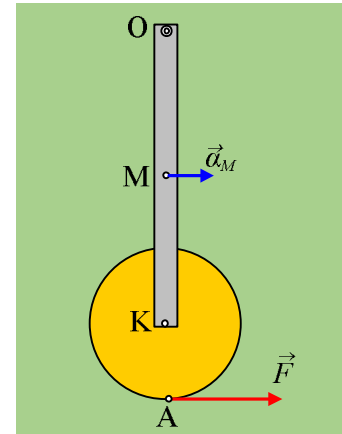


Ένα σύστημα αρχίζει να στρέφεται

Ένας ομογενής δίσκος κέντρου K και ακτίνας $R=1\text{m}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άρθρωση στο άκρο K μιας ράβδου (OK) μήκους $\ell=4\text{m}$, η οποία μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της O. Το σύστημα ηρεμεί με την ράβδο κατακόρυφη. Τυλίγουμε στο δίσκο ένα αβαρές νήμα και σε μια στιγμή $t=0$, ασκούμε μια κατάλληλη οριζόντια δύναμη στο δίσκο, με αποτέλεσμα αμέσως μετά μόλις ασκηθεί η δύναμη F, ο δίσκος να αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma,1}=5\text{rad/s}^2$ αρχίζοντας να περιστρέφεται αριστερόστροφα, ενώ ταυτόχρονα το μέσον M της ράβδου αποκτά οριζόντια επιτάχυνση $a_M=1\text{m/s}^2$.



Για τη στιγμή $t=0^+$.

- i) Να σημειωθεί στο σχήμα η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, για την περιστροφή του γύρω από τον άξονα στο άκρο K της ράβδου, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση για την περιστροφή της ράβδου.
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου A, στην περιφέρεια του δίσκου και στην προέκταση της ράβδου.
- iii) Ποια είναι αντίστοιχα η αρχική επιτάχυνση του αντιδιαμετρικού σημείου του A (σημείο B);

Απάντηση.

- i) Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου είναι ένα διάνυσμα οριζόντιο, πάνω στον άξονα περιστροφής του στο K και με φορά προς τον αναγνώστη, όπως στο σχήμα. Αλλά και η ράβδος θα περιστραφεί αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού, με αποτέλεσμα και το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητάς της $\alpha_{\gamma,2}$ να έχει την διεύθυνση του άξονα περιστροφής στο O και φορά προς τα έξω.
- ii) Η επιτάχυνση του μέσου M της ράβδου συνδέεται με τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου με την εξίσωση:

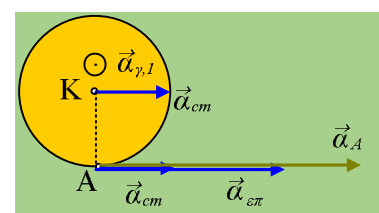
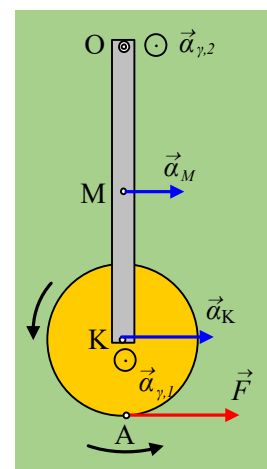
$$a_M = \alpha_{\gamma,2} \cdot \frac{1}{2} \ell \rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma,2} = \frac{2a_M}{\ell} = \frac{2 \cdot 1}{4} \text{rad/s}^2 = 0,5 \text{rad/s}^2.$$

Οπότε το άκρο K της ράβδου (ο άξονας περιστροφής του δίσκου) έχει επιτάχυνση, κάθετη στη ράβδο, όπως στο σχήμα, μέτρου:

$$a_K = \alpha_{\gamma,2} \cdot \ell = 0,5 \cdot 4 \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2.$$

Η κίνηση του δίσκου μπορεί να θεωρηθεί σύνθετη. Μια κυκλική μεταφορική με την ταχύτητα του κέντρου μάζας K του δίσκου και μια στροφική γύρω από το K. Αλλά τότε η παραπάνω επιτάχυνση a_K δεν είναι άλλη από την επιτάχυνση του κέντρου μάζας για την μεταφορική κίνηση, ενώ εξαιτίας της στροφικής κίνησης το σημείο A έχει επιτροχία επιτάχυνση:



$$a_{\varepsilon\pi} = a_{\gamma\omega, l} \cdot R = 5 \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2.$$

Έτσι η επιτάχυνση του σημείου A είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα:

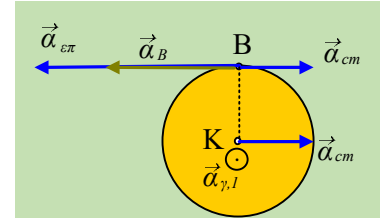
$$\vec{a}_A = \vec{a}_{cm} + \vec{a}_{\varepsilon\pi} \rightarrow$$

$$a_A = a_{cm} + a_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ m/s}^2 + 5 \text{ m/s}^2 = 7 \text{ m/s}^2$$

Κάθετη στην KA, όπως στο παραπάνω σχήμα.

iii) Με την ίδια λογική το σημείο B του δίσκου, αντιδιαμετρικό του A, έχει λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου την επιτάχυνση a_{cm} και λόγω περιστροφικής κίνησης την επιτρόχια επιτάχυνση $a_{\varepsilon\pi}$, όπως στο σχήμα. Συνεπώς η επιτάχυνση του σημείου B έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά **μέτρου:**

$$A_B = a_{\varepsilon\pi} - a_{cm} = 5 \text{ m/s}^2 - 2 \text{ m/s}^2 = 3 \text{ m/s}^2.$$



dmargaris@gmail.com