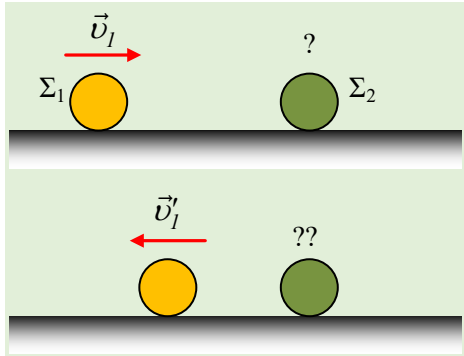


Οι ταχύτητες πριν και μετά την κρούση

Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, προς τα δεξιά, με ταχύτητα \vec{v}_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη κινούμενη σφαίρα Σ_2 ίσης ακτίνας, με αποτέλεσμα μετά την κρούση, να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα \vec{v}'_1 ίσου μέτρου ($v_1' = v_1$).



i) Η σφαίρα Σ_2 πριν την κρούση:

- α) Κινείται προς τα δεξιά.
- β) κινείται προς τα αριστερά.

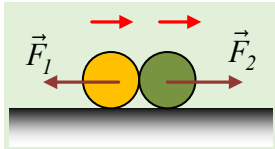
ii) Αν η σφαίρα Σ_2 έχει μάζα $m_2 = 2m$, τότε για το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}'_2 της δεύτερης σφαίρας, μετά την κρούση, ισχύει:

$$\alpha) v'_2 < \frac{v_1}{2}, \quad \beta) v'_2 = \frac{v_1}{2}, \quad \gamma) v'_2 > \frac{v_1}{2}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

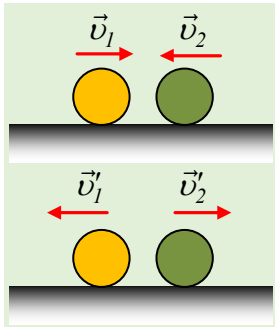
Απάντηση:

i) Έστω ότι και η δεύτερη σφαίρα Σ_2 κινείται πριν την κρούση προς τα δεξιά. Τότε στη διάρκεια της κρούσης οι δύο σφαίρες θα δεχτούν τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης F_1 και F_2 , όπως στο σχήμα. Το αποτέλεσμα θα είναι η σφαίρα Σ_2 να επιταχυνθεί προς τα δεξιά αυξάνοντας την κινητική της ενέργεια. Αλλά η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση είναι ίδια ή με εξισώσεις:



$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2'$$

Όμως $K_1 = K_1'$, αφού $v_1' = v_1$ οπότε και $K_2 = K_2'$ πράγμα που σημαίνει ότι η Σ_2 δεν κέρδισε κινητική ενέργεια κατά την κρούση αλλά και αυτή άλλαξε κατεύθυνση κίνησης. Η παραπάνω υπόθεση δηλαδή, για προς τα δεξιά κίνηση της Σ_2 οδηγεί σε άτοπο, οπότε καταλήγουμε ότι η Σ_2 κινείται προς τα αριστερά πριν την κρούση, ενώ μετά την κρούση προς τα δεξιά, όπως στο διπλανό σχήμα.



Σωστό το β)

ii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

$$K_2 = K_2' \rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \rightarrow v_2 = v_2'$$

Δηλαδή τα **μέτρα** των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση της σφαίρας Σ_2 , είναι ίσα.

Παίρνοντας τώρα την διατήρησης της ορμής για την κρούση και λαμβάνοντας την προς τα δεξιά

κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \xrightarrow{\text{με μέτρα}} m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Και αφού για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει $v'_1 = v_1$ και $v'_2 = v_2$ παίρνουμε τελικά:

$$2m_1 v_1 = 2m_2 v'_2 \rightarrow v'_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{m v_1}{2m} = \frac{v_1}{2}$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com