

## Μια άσκηση για μαθητές, εκτός ύλης!!!!

Με αφορμή τις τελευταίες εξετάσεις και τις συζητήσεις για την διδασκαλία του 2<sup>ου</sup> κανόνα του Kirchhoff, μια εφαρμογή με κάτι παράπλευρο, για να διαπιστώσει ένας υποψήφιος πόσο κατανοεί και μπορεί να εφαρμόσει τις ιδέες που διδάσκεται σε κάτι διαφορετικό, αν και είναι εκτός ύλης...

### Η άσκηση:

Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται  $R_1=20\Omega$ ,  $R_2=8\Omega$ ,  $R_3=30\Omega$ ,  $R_4=12\Omega$ ,  $E=84V$  ( $r=0$ ) και  $C=2\mu F$ .

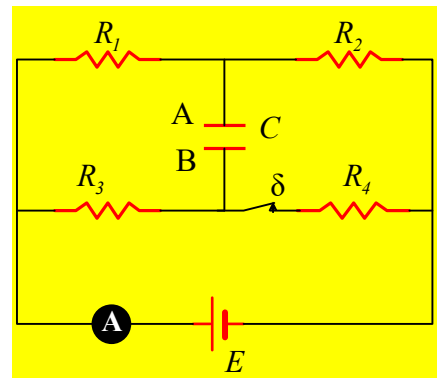
- i) Με τον διακόπτη  $\delta$  κλειστό, ποια η σταθερή ένδειξη του ιδανικού αμπερομέτρου και πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή;

Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , ανοίγουμε το διακόπτη  $\delta$ .

- ii) Ποια η ένδειξη του αμπερομέτρου αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, την στιγμή  $t_0^+$ ; Πόσο είναι το φορτίο του οπλισμού A (ο πάνω οπλισμός) του πυκνωτή και με ποιο ρυθμό μεταφέρεται φορτίο στον οπλισμό αυτό;

- iii) Σε μια στιγμή  $t_1$ , η ένδειξη του αμπερομέτρου γίνεται  $i_2=3,5$  A. Να βρεθεί για την στιγμή αυτή, το φορτίο του οπλισμού A του πυκνωτή και ο ρυθμός συσσώρευσης φορτίου σε αυτόν.

- iv) Πόσο θα είναι τελικά το φορτίο του πυκνωτή;



### Απάντηση:

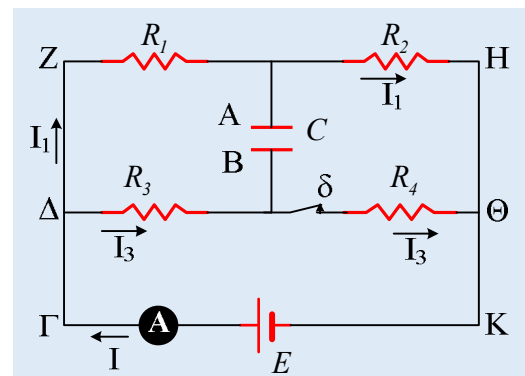
- i) Σε ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος με σταθερή ένταση, ο πυκνωτής έχει κάποιο φορτίο και λειτουργεί πια σαν ανοικτός διακόπτης, χωρίς να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Αλλά τότε το κύκλωμα έχει δυο κλάδους που διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις  $I_1$  και  $I_3$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff για τους βρόχους ΚΓΖΗΚ και ΚΓΔΘΚ, παίρνουμε:

$$E - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{84V}{20\Omega + 8\Omega} = 3A$$

$$E - I_3 R_3 - I_3 R_4 = 0 \rightarrow I_3 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{84V}{30\Omega + 12\Omega} = 2A$$

Οπότε εφαρμόζοντας του 1<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:

$$I = I_1 + I_2 = 3A + 2A = 5A$$



Εφαρμόζοντας εξάλλου το 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff για το βρόχο ZABΔZ, θα έχουμε:

$$V_{ZA} + V_{AB} + V_{BA} + V_{ΔZ} = 0 \rightarrow$$

$$I_1 R_1 + V_{AB} - I_3 R_3 + 0 = 0 \rightarrow$$

$$V_{AB} = -I_1 R_1 + I_3 R_3 = -3 \cdot 20V + 2 \cdot 30V = 0$$

$$\text{Αλλά τότε } q_C = CV_C = 0$$

**Σχόλιο:** Προφανώς κάποιος θα μπορούσε να δουλέψει με σύνθεση αντιστάσεων (ανά δύο σε σειρά και στην συνέχεια δύο αντιστάσεις παράλληλα) και να υπολογίσει την ολική ένταση με χρήση του νόμου του Ohm. Ή εναλλακτικά να πει ότι η τάση  $V_{ZH} = E = V_{ΔΘ}$ , οπότε να εφαρμόσει νόμο Ohm σε τμήμα κυκλώματος. Παραπάνω επιλέχτηκε η χρήση του 2<sup>ου</sup> κανόνα...

ii) Ανοίγοντας τον διακόπτη, παίρνουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, όπου αφού ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, είναι σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα, οπότε (για ευκολία μας!!!) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_3$  συνδέονται παράλληλα, ενώ η  $R_3$  σε σειρά με την  $R_2$ :

$$i_0 = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{E}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2} \rightarrow$$

$$i_0 = \frac{84V}{\frac{20 \cdot 30}{20 + 30} \Omega + 8 \Omega} = 4,2 A$$

Ενώ για τις εντάσεις  $i_{01}$  και  $i_{03}$  θα έχουμε:

$$i_{01} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E - i_0 R_2}{R_1} = \frac{84V - 4,2 \cdot 8V}{20 \Omega} = 2,52 A$$

$$i_{03} = \frac{V_3}{R_3} = \frac{E - i_0 R_2}{R_3} = \frac{84V - 4,2 \cdot 8V}{30 \Omega} = 1,68 A$$

Ας μην ξεχνάμε βέβαια ότι οι φορά της έντασης, είναι η συμβατική, πράγμα που σημαίνει ότι ο οπλισμός Α αποκτά αρνητικό φορτίο με ρυθμό:

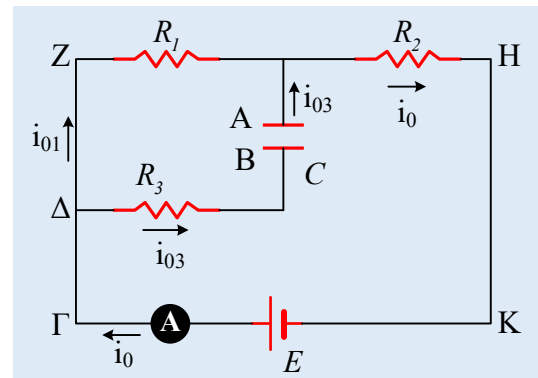
$$\frac{dq_A}{dt} = -i_{02} = -1,68 C/s$$

Προφανώς την στιγμή  $t_0^+$  ο πυκνωτής είναι... ακόμη αφόρτιστος.

**Σχόλιο:** Δοκιμάστε να υπολογίσετε τις παραπάνω εντάσεις εφαρμόζοντας τώρα, τον 2<sup>ο</sup> Κ.Κ....

iii) Την στιγμή  $t_1$  οι εντάσεις των ρευμάτων στους κλάδους του κυκλώματος, είναι αυτές του παρακάτω σχήματος. Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> Κ.Κ στο βρόχο ΚΓΔΖΗΚ θα έχουμε:

$$E - i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0 \rightarrow i_1 = \frac{E - i_2 R_2}{R_1} = \frac{84V - 3,5 \cdot 8V}{20V} = 2,8 A$$



Ενώ από τον 1<sup>ο</sup> Κ.Κ, παίρνουμε:

$$i_1 + i_3 = i_2 \rightarrow i_3 = i_2 - i_1 = 3,5A - 2,8A = 0,7A$$

Έτσι ο 2<sup>ος</sup> Κ.Κ στον βρόχο ΔΖΑΒΔ θα μας δώσει:

$$V_{ΔΖ} + V_{ΖΑ} + V_{ΑΒ} + V_{ΒΔ} = 0 \rightarrow$$

$$0 + i_1 R_1 + V_{ΑΒ} - i_3 R_3 = 0 \rightarrow$$

$$V_{ΑΒ} = -i_1 R_1 + i_3 R_3 = -2,8 \cdot 20V + 0,7 \cdot 30V = -35V.$$

$$\text{Αλλά τότε } q_C = CV_c = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 35V = 7 \cdot 10^{-5}C.$$

Συνεπώς ο οπλισμός Α έχει φορτίο  $q_A = -7 \cdot 10^{-5}C$ .

Ενώ για τον ρυθμό μεταβολής του φορτίου του οπλισμού Α, θα έχουμε:

$$\frac{dq_A}{dt} = -i_3 = -0,7C/s$$

iv) Προφανώς ο πυκνωτής δεν θα φορτίζεται επ' άπειρον! Σε ελάχιστο χρόνο θα φορτισθεί, οπότε δεν θα μεταφέρεται φορτίο στους οπλισμούς του και η αντίσταση  $R_3$  δεν θα διαρρέεται από ρεύμα. Αλλά τότε οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  συνδέονται σε σειρά και διαρρέονται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R'_{ολ}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{84V}{20\Omega + 8\Omega} = 3A$$

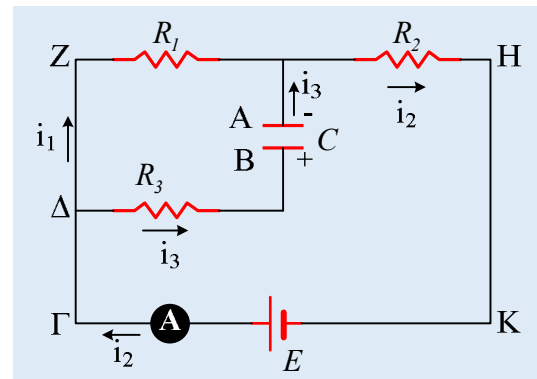
Οπότε αν επιμείνουμε!!! στον 2<sup>ος</sup> Κ.Κ στον βρόχο ΔΖΑΒΔ θα πάρουμε:

$$V_{ΔΖ} + V_{ΖΑ} + V_{ΑΒ} + V_{ΒΔ} = 0 \rightarrow$$

$$0 + IR_1 + V_{ΑΒ} + 0 = 0 \rightarrow$$

$$V_{ΑΒ} = -IR_1 = -3 \cdot 20V = -60V.$$

$$\text{Αλλά τότε } Q_C = CV_c = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 60V = 12 \cdot 10^{-5}C.$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)