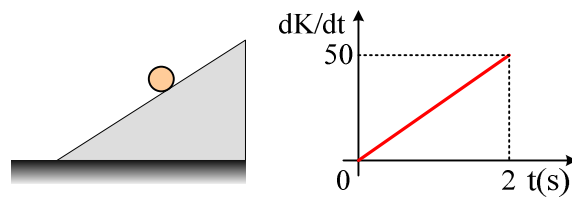


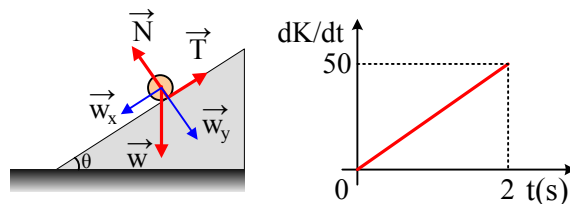
Ολίσθηση σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο

Μια σφαίρα μάζας $m=10\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{m}$ αφήνεται στο σημείο Α από ύψος $h=4\text{m}$ να κινηθεί κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως $\theta=30^\circ$. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση του ρυθμού μεταβολής της περιστροφικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο.



- Ποια η τελική περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας;
- Ποια η τελική μεταφορική κινητική ενέργεια της σφαίρας;
- Πόση θερμότητα παράγεται κατά την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας;
- Αν η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από την εξίσωση $I=\lambda mR^2$, να υπολογίσετε τον συντελεστή λ .

Απάντηση:



- Το εμβαδόν του σχηματιζόμενου τριγώνου, μας δίνει την τελική περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας (δες και την άσκηση [Ισχύς ροπής και Κινητική ενέργεια](#)).

$$K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} 50 \cdot 2\text{J} = 50\text{J}.$$

- Για την μεταφορική κίνηση έχουμε $W_x - T = ma_{\text{cm}}$ (1). Άρα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για την οποία ισχύουν:

$$v = at \text{ και } x = \frac{1}{2} at^2$$

όπου ο χρόνος μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο $t=2s$ και $x=h/\eta\mu 30^\circ=8m$, άρα $a_{cm}=2x/t^2=2\cdot 8/4m/s^2=4m/s^2$ και $v_{cm}=a_{cm}\cdot t=8m/s$. Οπότε:

$$K_{μετ}=\frac{1}{2} m v_{cm}^2=\frac{1}{2} 10\cdot 64J=320J.$$

iii) Η αρχική δυναμική ενέργεια της σφαίρας είναι $U=mgh=10\cdot 10\cdot 4J=400J$, ενώ η τελική κινητική ενέργεια $K_{ολ}=K_{μετ}+K_{περ}=370J$ και με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας η διαφορά είναι ίση με την παραγόμενη θερμότητα, δηλαδή $Q=400J-370J=30J$.

iv) Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$T=mgh\eta\theta-ma_{cm}=50N-10\cdot 4N=10N.$$

Αλλά $dK/dt=\tau\omega=TR\omega$, από όπου:

$$\omega=(dK/dt)/TR=50/10\cdot 0,1=50rad/s$$

ενώ $K_{περ}=\frac{1}{2} \lambda m R^2 \omega^2$ άρα:

$$\lambda=2K/mR^2\omega^2=100/10\cdot 0,01\cdot 2500=1/2,5=2/5$$

dmargaris@sch.gr