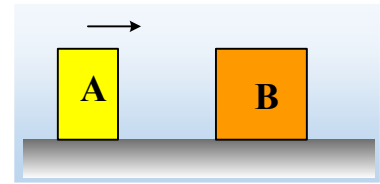


## Δυο παραλλαγές στο ίδιο θέμα

Ένα σώμα Α μάζας  $m_1=0,1\text{kg}$  το οποίο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β, μάζας  $m_2=0,3\text{kg}$ , έχοντας ταχύτητα  $v_1$ . Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου  $\mu=0,2$ .



i) Αν  $v_1=4\text{m/s}$ , να υπολογιστεί η απόσταση που θα διανύσει το σώμα Β, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

ii) Σε μια επανάληψη του πειράματος, η τελική απόσταση των δύο σωμάτων, μετά την κρούση, είναι  $4,5\text{m}$ .

Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του Α σώματος, στην διάρκεια της κρούσης.

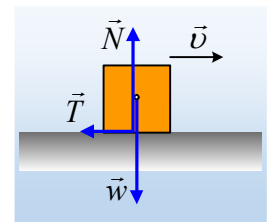
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### Απάντηση:

i) Το σώμα Β, αποκτά ταχύτητα, λόγω κρούσης:

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 \cdot 0,1}{0,1 + 0,3} \cdot 4\text{m/s} = 2\text{m/s}$$

Με αυτήν την ταχύτητα, ως αρχική ταχύτητα, ξεκινά την επιβραδυνόμενη κίνησή του προς τα δεξιά. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β, στη διάρκεια της κίνησής του. Από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση παίρνουμε  $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = m_2 g$ , οπότε  $T = \mu N = \mu m_2 g$ .



Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το Β σώμα, στη διάρκεια της κίνησής του παίρνουμε για την απόσταση  $s_2$  που θα διανύσει το σώμα, μέχρι να σταματήσει:

$$K_\tau - K_\alpha = W_w + W_N + W_T \rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 0 + 0 - \mu m_2 g s_2 \rightarrow s_2 = \frac{v_2'^2}{2\mu g} \quad (1)$$

$$s_2 = \frac{v_2'^2}{2\mu g} = \frac{2^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 10} m = 1\text{m}$$

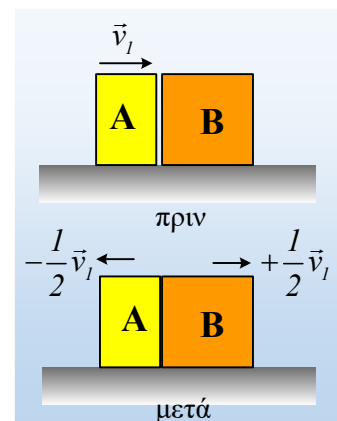
Προφανώς θα μπορούσαμε να εργαστούμε κινηματικά, χωρίς χρήση ενεργειών...

ii) Έστω ότι το σώμα Α ελάχιστα πριν την κρούση έχει ταχύτητα  $v_1$ . Τότε τα σώματα, αμέσως μετά την κρούση θα έχουν ταχύτητες:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{0,1 - 0,3}{0,1 + 0,3} v_1 = -\frac{1}{2} v_1 \quad (2)$$

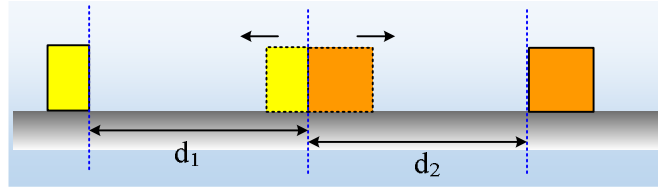
$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 \cdot 0,1}{0,1 + 0,3} v_1 = \frac{1}{2} v_1 \quad (3)$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι τα δυο σώματα, αμέσως μετά την κρούση, αποκτούν αντίθετες ταχύτητες, όπως στο σχήμα.



Αλλά τότε από την εξίσωση (1) προκύπτει ότι τα δυο σώματα θα επιβραδυνθούν και θα διανύσουν ίσα διαστήματα, μέχρι να σταματήσουν, αφού:

$$d_1 = \frac{v_1'^2}{2\mu g} = \frac{v_2'^2}{2\mu g} = d_2 \quad (4)$$



Με βάση και το σχήμα, θα έχουμε:

$$d_1 + d_2 = 4,5\text{m} \rightarrow d_1 = d_2 = 2,25\text{m},$$

Οπότε από την εξίσωση (4) παίρνουμε:

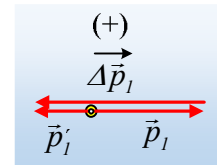
$$\frac{v_2'^2}{2\mu g} = d_2 \rightarrow |v_2'| = |v_1'| = \sqrt{2\mu g d_2} = \sqrt{2 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 2,25\text{m}} / \text{s} = 3\text{m} / \text{s} \xrightarrow{(2),(3)}$$

$$v_1 = 2v_2' = 2 \cdot 3\text{m} / \text{s} = 6\text{m} / \text{s}$$

Με βάση τα παραπάνω, η μεταβολή της ορμής του Α σώματος είναι ίση:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 \rightarrow$$

$$\Delta p_1 = m_1 v_1' - m_1 v_1 = 0,1\text{kg} \cdot (-3\text{m} / \text{s}) - 0,1\text{kg} \cdot (+6\text{m} / \text{s}) = -0,9\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)