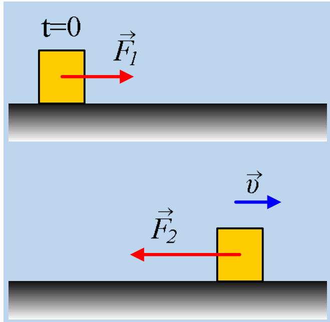
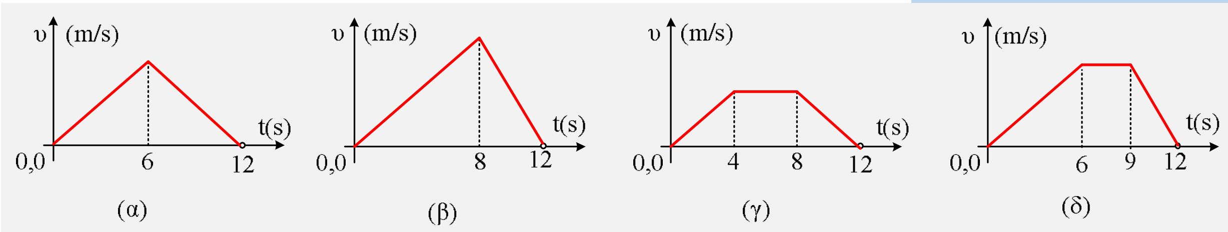
Επιταχύνοντας και επιβραδύνοντας ένα κιβώτιο



Ένα κιβώτιο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στα διαγράμματα φαίνονται τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις για τη μεταβολή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή t=0, που ξεκινά από την ηρεμία, μέχρι τη στιγμή t=12s, που σταματά. Και στις τέσσερις περιπτώσεις, η δύναμη που προκαλεί την επιτάχυνση έχει σταθερό μέτρο F_1 και η δύναμη που προκαλεί την επιβράδυνση έχει σταθερό μέτρο F_2, με $F_2=λ.F_1$.



(α) (β) (γ) (δ)

i) Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις το κιβώτιο στη διάρκεια της κίνησής του απέκτησε τη μεγαλύτερη ταχύτητα;

ii) Αν λ=2, δηλαδή η δύναμη F_2 έχει διπλάσιο μέτρο από την F_1, ποιο ή ποια από τα παραπάνω διαγράμματα, περιγράφουν την μεταβολή της ταχύτητας του κιβωτίου;

iii) Αν οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα (λ=1) σε ποια περίπτωση το κιβώτιο διανύει την μεγαλύτερη απόσταση, μέχρι να σταματήσει;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Το κιβώτιο αρχικά επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης F_1, με επιτάχυνση:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m}$$

i) Μεγαλύτερη ταχύτητα το κιβώτιο θα αποκτήσει αν επιταχυνθεί για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Με βάση τα διαγράμματα που μας δίνονται, βλέπουμε ότι στην περίπτωση (β) το κιβώτιο επιταχύνεται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=8s, οπότε αποκτά και τη μέγιστη ταχύτητα με μέτρο:

$$\upsilon_{max} = \alpha_1 \cdot t_1 = \frac{F_1}{m} t_1$$

Στα άλλα διαγράμματα επιταχύνεται λιγότερο χρόνο (α→6s, γ→4s, δ→6s), άρα θα αποκτήσει και μικρότερη ταχύτητα.

ii) Στη διάρκεια που στο κιβώτιο ασκείται η δύναμη F_2, αυτό επιβραδύνεται αποκτώντας επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

$$|\alpha_2| = \frac{|F_2|}{m} = \frac{2|F_1|}{m} = 2|\alpha_1|$$

Αλλά αν Δυ η μεταβολή της ταχύτητας για την επιταχυνόμενη κίνηση, τότε η αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας για την επιβραδυνόμενη κίνηση θα είναι -Δυ και θα ισχύει:

$$|\alpha_2| = 2|\alpha_1| \rightarrow \frac{|-\Delta\upsilon|}{\Delta t_2} = 2\frac{|\Delta\upsilon|}{\Delta t_1} \rightarrow$$

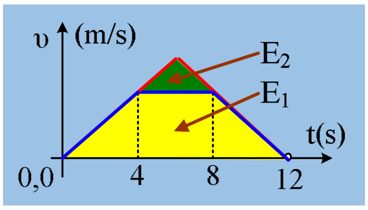
$$\Delta t_1 = 2\cdot\Delta t_2$$

Δηλαδή ο χρόνος επιτάχυνσης θα είναι διπλάσιος του χρόνου επιβράδυνσης.

Αυτό συμβαίνει στα διαγράμματα (β) (όπου επιταχύνεται χρονικό διάστημα $\Delta t_{\beta 1}$ =8s και επιβραδύνεται για διάστημα $\Delta t_{\beta 2}$=4s), και (δ) (όπου επιταχύνεται χρονικό διάστημα $\Delta t_{\delta 1}$ =6s και επιβραδύνεται για διάστημα $\Delta t_{\delta 2}$=3s).

iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, αφού τώρα οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και οι αντίστοιχες επιταχύνσεις θα έχουν ίσα μέτρα, με αποτέλεσμα να έχουμε και ίσα χρονικά διαστήματα επιτάχυνσης και επιβράδυνσης. Αλλά αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις των διαγραμμάτων (α) και (γ).

Γνωρίζουμε εξάλλου ότι στο διάγραμμα υ-t, το εμβαδόν είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση του σώματος. Έτσι αν σχεδιάσουμε στους ίδιους άξονες τα διαγράμματα (α) και (γ), θα πάρουμε, το διπλανό σχήμα, όπου το εμβαδόν του κίτρινου τραπεζίου E_1 θα είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του κιβωτίου στην περίπτωση (γ), ενώ η μετατόπιση για την περίπτωση του (α) διαγράμματος θα είναι ίση με το άθροισμα των εμβαδών του κίτρινου τραπεζίου E_1 και του πράσινου τριγώνου E_2.



Αλλά αφού για τα εμβαδά ισχύει:

$$E_1 + E_2 > E_2$$

Για τις αντίστοιχες μετατοπίσεις θα έχουμε:

$$\Delta x_1 > \Delta x_3$$

Συνεπώς μεγαλύτερη απόσταση διανύει το κιβώτιο στην περίπτωση που επιταχύνεται το μισό χρονικό διάστημα και αμέσως μετά επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει

dmargaris@gmail.com